

Studieplan mat B, 2023 – 2025 - realiseret

Martin Lauesen

PROBLEMLØSNING I – [5 timer, 2 fordybelse]

Særlige fokuspunkter

- Oplevelse problemløsning som faser, man kan bevæge sig igennem, med Polyas 'how to Solve it'-trin som struktur, man kan navigere i og gang for gang blive mere bevidst om.
- Bevidsthed om at afsøge reducerede versioner af en problemstilling som indgang til en mere kompleks problemstilling.
- At turde dele tanker om matematiske problemstillinger, selvom målet ikke er nået.

Faglige mål

- *kommunikere aktivt i, med og om matematik i både mundtlig og skriftlig formidling*

Supplerende stof

- *forløb med vægt på bevisførelse inden for udvalgte emne.*

Kompetencefokus:

- udvikling af en alsidig tilgang til bevis- og argumentationsformer
- at kunne arbejde med de Georg Mohr opgaver, der operationelt kun kræver grundskolematematik – uden af give op.

Arbejdsformer

- gruppeøvelser med fokus på at tale om og i faget
- gruppepræsentationer af argumentation og strategi

Forbindelse til andre fag

- kobling til påstand-belæg-hjemmel i argumentationsanalyse i Dansk.
- indblik i logik i filosofi

Undervisningsmateriale:

- lærerreduceret version af trinnene i Polyas 'How to Solve it'
- afsnit 1 og 2 i Smullyans 'kvinden og tigeren'
- udeleverede uddrag fra multiple choice opgaverne 1. rundeopgaver i Georg Mohr 2015-2019

KOMBINATORIK – [5 timer, 2 fordybelse]

Særlige fokuspunkter:

- Opbygning og tryghed ved håndgribelige og visuelle måder at tænke tælleproblemer.
- Forståelse af kombinationer som permutationer med 'overtælning'.

Kernestof:

- *kombinatorik, grundlæggende sandsynlighedsregning, sandsynlighedsfelt og stokastisk variabel, binomialfordeling samt normalfordelingsapproksimation hertil, konfidensinterval og hypotesetest i binomialfordelingen*

Kompetencefokus:

- udføre kombinatorikberegninger med og uden tilbagelægning
- at kunne mønstergenkende tællescenarier i de varierede former, de fremstår

Arbejdsformer:

- øvelsesopgaver i såvel selvstændigt som i grupper
- arbejde med visualisering af kombinatorikscenarier
- øvelser i skriftlig faglig argumentation

Undervisningsmateriale:

- 'Mat C hf'. Systime, iBog. Sandsynlighedsregning 9.4-9.6
- Kompendie med opgaver og motivation fra tælletræer til kombinationer og Pascals trekant.

SANDSYNLIGHED I – [6 timer, 2 fordybelse]

Særlige fokuspunkter:

- Oplevelse af behovet for velargumenterede sandsynlighedsbetragtninger i mødet med paradokser, der udfordrer vores intuition.
- Udfordring af sandsynlighedsbegrebets natur ift. empiri og forudsigelse.
- Beherskelse af de grundlæggende begreber og sandsynlighedsbetragtninger ved bla. komplementær og sammensat sandsynlighed

Faglige mål:

- *beherske mindstekrav omfattende grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer inden for kernestoffet*

Kernestof:

- *kombinatorik, grundlæggende sandsynlighedsregning, sandsynlighedsfelt og stokastisk variabel, binomialfordeling samt normalfordelingsapproximation hertil, konfidensinterval og hypotesetest i binomialfordelingen*

Supplerende stof:

- *bearbejdning af autentisk datamateriale, herunder statistisk behandling af grupperet talmateriale*

Kompetencefokus:

- at kunne udnytte kombinatorik til at vurdere simple sandsynlighedsscenarier ved 'naiv' sandsynlighed gennem gunstige og mulige.

Arbejdsformer:

- deltagelse i simulering af scenarier som 'Monty Hall'
- øvelser i grupper og selvstændige opgaver
- gruppefremlæggelser
- udvidet klasserumsdialog om intuition ift. tilsyneladende paradokser

Forbindelse til andre fag:

- Kritisk perspektivering af sandsynlighedsargumenter i bl.a. medier

Undervisningsmateriale:

- 'Mat C hf'. Systime, iBog. Sandsynlighedregning 9.1-9.3
- Udleverede scenarier ift. Monty-Hall, fødselsdagsparadokset.
- Opgaver i tælletræs tilgang til Bayes problemstillinger ift. testvaliditet
- Det originale Simpson's paradoks samt opgave med tilsvarende fænomen.

LIGNINGSLØSNING – [4 timer, 4 fordybelse]

Særlige fokuspunkter:

- Genopdagelse eller ny mulighed for at se ligningsløsning gennem 'balance' og 'eliminering', med tilbageblik til Al-Khwarizmi.

Kernestof:

- *overslagsregning, regningsarternes hierarki, simpel algebraisk manipulation, det udvidede potensbegreb, ligefrem og omvendt proportionalitet, ligningsløsning med algebraiske og grafiske metoder, tilnærmet og eksakt værdi samt absolut værdi*

Faglige mål

- *operere med tal og repræsentationer af tal samt kritisk vurdere resultater af sådanne operationer*
- *beherske mindstekrav omfattende grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer inden for kernestoffet*

Supplerende stof:

- *matematikhistoriske perspektiver på udvalgte emner*

Kompetencefokus:

- Tryghed i at gennemføre algebraiske manipulationer ud fra eliminering via 'modsat' regneoperation og balance på begge sider af ligningen.
- Tryghed i notationssædvaner og fremgangsmåder ift. regnearternes hierarki
- Tryghed i at gange ind i parenteser og sætte uden for parentes.

Arbejdsformer:

- gruppe- og selvstændigt arbejde med talgådernes løsning og efterfølgende algebraisk formulering af de enkelte trin.
- Intern ombytning af opgaver, hvor der veksles mellem opgaveformulering, opgaveløsning og løsningsevaulering.

Forbindelse til andre fag:

- Helt grundlæggende færdighed ift. andre fag, der arbejder med tal og størrelser.

Undervisningsmateriale:

- 'Mat C hf'. Systime, iBog. Ligninger 2, 2.1
- Lærernoter med øvelser og opgaver
- Lærerpræsentation af historiske metoder og de almene regnesymbolers ophav.
- <https://www.thatquiz.org/tq-0/math/algebra/>

TAL OG REGNEARTER – [6 timer, 2 fordybelse]

Særlige fokuspunkter:

- Motiveret historisk behov for samt formel definition af negative tal og brøker, bl.a. ud fra lertavlers vidnesbyrd om forskellig værdi af varer og arbejde.
- Klargjorte udfordringer ved at 'finde fred' med at bruge negative tal og brøker som 'tal'.
- Mulighed for afgrænsning af grundskolens talrige huske- og tommefingerregler til få og driftsikre fremgangsmåder.
- Fremhævelse af, hvor banebrydende 10-tals systemet som positionstalssystem er.
- Mulig 'tælle'-tolkning af Ishangoknøgen samt muligt ophav til 10- og 60-talssystemet.

Faglige mål

- *operere med tal og repræsentationer af tal samt kritisk vurdere resultater af sådanne operationer*
- *beherske mindstekrav omfattende grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer inden for kernestoffet*

Supplerende stof:

- *matematikhistoriske perspektiver på udvalgte emner*

Kompetencefokus:

- Tryghed i de fire regnearter ift. negative tal
- Tryghed i de fire regnearter ift. brøker

Arbejdsformer:

- Større selvstændigt arbejde med autogenererede, -justerende og selvrettende onlineopgaver.
- Klasserumsdialog om historiske talsystemer og deres mulige motivation

Forbindelse til andre fag:

- Helt grundlæggende færdighed ift. andre fag, der arbejder med tal og størrelser.

Undervisningsmateriale:

- 'Mat C hf'. Systime, iBog. Tal 1, 1.1 – 1.3, 1.6
- Lærernoter med øvelser og opgaver
- Lærerpræsentation af arkæologisk vidnesbyrd.
<https://www.thatquiz.org/tq-1/math/arithmetric/>

LINJENS LIGNING OG LINEÆR REGRESSION – [14 timer, 4 fordybelse]

Særlige fokuspunkter:

- Genopdage linjens ligning som udtryk for en reel sammenhæng i verden
- Opnå tryghed i at kunne koble formlens parametre til kurvens grafiske udtryk
- Undersøge parvis data grafisk og undersøge sammenhæng ved regression
- Bevidsthed omkring ikke at drage konklusioner om kausalitet ud fra sammenhæng.

Kernestof:

- *analytisk beskrivelse af linjer og cirkler, opstilling og løsning af plangeometriske problemer, herunder vinkel, skæring og afstand*
- *simple statistiske metoder til håndtering af et diskret datamateriale, grafisk præsentation af statistisk materiale, stikprøve og empiriske statistiske deskriptorer, samt anvendelse af lineær, eksponentiel, potens og polynomiel regression, herunder usikkerhedsbetragtning og residualplot*
- *funktionsbegrebet, sammensat funktion, stykkevist defineret funktion, karakteristiske egenskaber ved følgende elementære funktioner og deres grafiske forløb: lineære, polynomier, eksponential-, potens- og logaritmefunktioner*

Faglige mål

- *håndtere formler, opstille og redegøre for symbolholdige beskrivelser af variabelsammenhænge og anvende symbolholdigt sprog til at løse problemer med matematisk indhold*
- *anvende funktionsudtryk i modellering af data, foretage simuleringer og fremskrivninger ud fra modellerne samt diskutere rækkevidde af modeller*
- *beherske mindstekrav omfattende grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer inden for kernestoffet*

Supplerende stof:

- *bearbejdning af autentisk datamateriale, herunder statistisk behandling af grupperet talmateriale*

Kompetencefokus:

- Tryghed i grafudtryk og parametre for linjens almindelige ligning
- Sikkerhed i at bestemme udtrykket for en linje gennem kendt punkt og kendt hældning
- Erfaring i at vurdere validitet af en lineær model ud fra visuel inspektion og residualer
- Erfaring med vurdering af begrænsninger og muligheder ved en matematisk model

Arbejdsformer:

- gruppearbejde med uddragelse af data fra Danmarks Statistiks hjemmeside og fra datafiler til regressionsundersøgelser – med efterfølgende gruppeoplæg.
- Klasserumsdialog om faldgruber i tolkning af data ift. kausalitet

Undervisningsmateriale:

- 'Mat C hf'. Systime, iBog. Linearitet 3.1 – 3.5
- Maple Gym-pakke instruktion – regressioner.
- Lærernoter med øvelser og opgaver

Lærerpræsentation af Anscombe's Quartet og urimelige kausaliteter.

TRIGONOMETRI I – [8 timer, 6 fordybelse]

Særlige fokuspunkter

- Operationelle beregningskompetencer ved trekantsberegninger. Særligt omregning til nygrader og radianer, kongruente trekanter, Pythagoras, enhedscirklen, sinus, cosinus, tangens, sinusrelationerne samt cosinusrelationen.
- anvendelseskompetencer for regneark samt CAS.

Faglige mål

- opstille og redegøre for geometriske modeller samt løse geometriske problemer
- håndtere formler, opstille og redegøre for symbolholdige beskrivelser af variabelsammenhænge og anvende symbolholdigt sprog til at løse problemer med matematisk indhold
- gennemføre matematiske ræsonnementer og beviser
- beherske mindstekrav omfattende grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer inden for kernestoffet

Kernestof

- *forholdsregninger i ensvinklede trekanter, simple konstruktioner af og trigonometriske beregninger i vilkårlige trekanter i et matematisk værktøjsprogram*
- *analytisk beskrivelse af linjer og cirkler, opstilling og løsning af plangeometriske problemer, herunder vinkel, skæring og afstand*

Supplerende stof

- *matematikhistoriske perspektiver på trigonometriens udvikling samt nedslag i geodæsiens udvikling*

Kompetencefokus:

- regne med forholdstal mellem lignedannede trekanter
- beregne vinkler i polygoner
- beregne sidelængder i en retvinklet trekant ud fra Pythagoras' læresætning
- redegøre for enhedscirklen samt grader, nygrader og radianer
- redegøre for definitionerne af sinus, cosinus og tangens
- anvende sinusrelationen til at beregne sider og vinkler i en vilkårlig trekant
- kendskab til behov for og anvendelse af cosinusrelationen

Arbejdsformer

- øvelsestimer med problemløsning og træning af operationelle kompetencer i grupper. gruppefremlæggelser og lærerfeedback til individuelle elever samt grupper.
- fælles udvikling og gennemgang af beviser for centrale resultater med udgangspunkt i læreroplæg og konkrete problemstillinger.
- udarbejdelse af selvstændig skriftlig redegørelse med afsæt trigonometriens historiske udvikling, anvendelsesområder samt centrale definitioner og sætninger.

Forbindelse til andre fag

- historisk gennemgang af afstandsmålinger, astronomi og kosmologi -som afsæt til verdensbilleder i religion og historie

Undervisningsmateriale:

'Mat C hf'. Systime, iBog. Trigonometri 6.1 – 6.7, lærer noter med øvelser og opgaver

POTENSREGNING – [5 timer, 3 fordybelse]

Særlige fokuspunkter:

- Belysning og genopfriskning af potensregnerregler – som afsæt til arbejde med kvadratsætninger, andengradspolynomiet, eksponentielle udviklinger, logaritmer og differentiation.
- Fremstilling og indarbejdelse af potensregnerreglerne på en systematisk og deduktiv måde – der tillige fremstår rimelig og dækkende.

Faglige mål

- *beherske mindstekrav omfattende grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer inden for kernestoffet*

Kompetencefokus:

- Sikkerhed i almindelige potensregnerregler
- Evne til at udføre simple direkte beviser

Arbejdsformer:

- gruppe- og selvstændigt arbejde med omskrivninger af udtryk med potenser.
- Gruppearbejde med små 'videobeviser' af de grundlæggende regler.

Undervisningsmateriale:

- 'Mat C hf'. Systime, iBog. Tal 1.4,
- Lærernoter til øvelser og opgaver

KVADRATSÆTNINGERNE

Særlige fokuspunkter:

- Udledning af kvadratsætningerne
- Anvendelse af kvadratsætninger til reduktion
- Indføring af kvadratkomplettering.

Faglige mål

- *beherske mindstekrav omfattende grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer inden for kernestoffet*

Kompetencefokus:

- Sikkerhed anvendelse og genkendelse af kvadratsætningerne
- Erfaring i brug af kvadratkomplettering

Arbejdsformer:

- Gruppearbejde med mindre 'video'-beviser
- Øvelser med reduktioner via kvadratsætningerne samt kvadratkomplettering

Undervisningsmateriale:

- Lorenzen et al. (2018). 'Mat B'. Systime. s. 11 – 14, 20-21
- Noter med eksempler på kvadratkomplettering

Lærernoter med øvelser og opgaver

CIRKLEN – [4 timer, 2 fordybelse]

Særlige fokuspunkter:

- Udledning af cirkelns ligning i implicit form fra Pythagoras læresætning
- Kendskab til kvadratkomplettering til at genkende parametre for en cirkel

Faglige mål

- *anvende matematiske værktøjsprogrammer til eksperimenter og begrebsudvikling samt symbolbehandling og problemløsning*
-

Kernestof

- *analytisk beskrivelse af linjer og cirkler, opstilling og løsning af plangeometriske problemer, herunder vinkel, skæring og afstand*

Kompetencefokus:

- Forståelse for sammenhængen mellem en cirkels centrum og radius ift. cirkelns parametre
- Genkendelse af formelen for en cirkel efter evt. Omskrivning via kvadratkomplettering

Arbejdsformer:

- Øvelser i Desmos med konstruktion af figurer med talrige cirkler.
- Undersøgelser i Desmos med cirkelns parametre.

Undervisningsmateriale:

- Lorenzen et al. (2018). 'Mat B hf'. Systime. s. 87 – 91
- Lærernoter med øvelser og opgaver

ANDENGRADSLIGNINGEN – [12 timer, 5 fordybelse]

Særlige fokuspunkter:

- Motiverende scenariebaserede eksempler
- Visuelle metoder med inspiration fra Al-Khwarizmi samt Babylonske fremgangsmåder
- Løsning ved kvadratkomplettering og generalisering til standardformlen

Faglige mål

- *beherske mindstekrav omfattende grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer inden for kernestoffet*

Kernestof

- *funktionsbegrebet, sammensat funktion, stykkevist defineret funktion, karakteristiske egenskaber ved følgende elementære funktioner og deres grafiske forløb: lineære, polynomier, eksponential-, potens- og logaritmefunktioner*

Kompetencefokus:

- Rutine i at omskrive et andengradsudtryk til standardformen og anvende formelen.

Arbejdsformer:

- Gruppeøvelser med små 'video'-beviser ift. standardformlen
- Selvstændige øvelser og opgaver i løsning af andengradsligninger

Undervisningsmateriale:

- Lærernoter ift. løsning af andengradsligninger
- Udleverede eksempler på tænkte illustrationer af fremgangsmåder fra babylonske lertavler
- Lærernoter med øvelser og opgaver

TAL OG REGNEARTER II – [2 timer, 0 fordybelse]

Særlige fokuspunkter:

- Indføring i betragtningen om argumenter for ikke-rationale tal (irrationale)

Supplerende stof:

- *Irrationale tals motivation*

Kompetencefokus:

- Være bekendt med argumenter for, at der er størrelser, der ikke kan opnås ved rationale tal.

Arbejdsformer:

- Læreroplæg og klasserumsdialog

Forbindelse til andre fag:

- Kobling til bl.a. Menon i filosofi og antikkens historie

Undervisningsmateriale:

Lærerpræsentation om Menon, irrationalitet af kvadratrods 2 samt Cantors diagonalargument

VÆKST I – [14 timer, 3 fordybelse]

Særlige fokuspunkter:

- Udvikling af og motivering for renteformlen og betragtning af eksponentielle udviklinger
- Indføring af eksponential- og logaritmefunktioner gennem motiverende eksempler
- Udvidelse af regressionsformer samt vurderings- og udvælgelseskriterier.
- Kendskab til annuitetsberegninger og erfaring med typiske forløb.

Faglige mål

- *demonstrere viden om matematikanvendelse inden for udvalgte områder, herunder viden om anvendelse i behandling af en mere kompleks problemstilling*

Kernestof:

- *procent- og rentesregning, absolut og relativ ændring, renteformel*

Supplerende stof:

- *opsparings- og gældsannuitet*

Kompetencefokus:

- Bevidsthed om eksponentielle udviklingers natur, særligt ift. privatøkonomi
- Regnekompetence ift. at isolere ubekendte eksponenter vha. logaritmer
- Oversætte problembaserede scenarier til matematik, hvor renteformlen kan anvendes

Arbejdsformer:

- Gruppeøvelser om renteberegninger, aldersbestemmelse og henfald
- Individuelle øvelser i regneteknik med eksponential- og logaritmefunktioner
- Gruppeøvelser med privatøkonomiske scenarier

Forbindelse til andre fag:

- Logaritmiske skalaer, beregning af halverings- og fordoblingstider ift kemi og fysik. Rente- og opsparingsudviklinger ift. økonomi i samfundsfag

Undervisningsmateriale:

- 'Mat C hf'. Systime, iBog. Eksponentiel udvikling 5.1 – 5.6
- Lærernoter med øvelser og opgaver

ANDENGRADSPOLYNOMIET – [16 timer, 6 fordybelse]

Særlige fokuspunkter:

- Naturlig overgang fra arbejdet med andengradsligninger til en betragtning af andengradspolynomier
- Beherskelse af den grafiske betydning af andengradspolynomiets parametre, herunder særligt diskriminanten
- Forståelse for diskriminantens sammenhæng med antal af løsninger samt faktorisering ved rødder

Faglige mål

- *anvende matematiske værktøjsprogrammer til eksperimenter og begrebsudvikling samt symbolbehandling og problemløsning*

Kompetencefokus:

- grafisk forståelse for andengradspolynomiets skæring med akser sammenholdt med løsninger for den tilsvarende andengradsligning.
- Grafisk forståelse for sammenhæng mellem andengradspolynomiets parametre og diskriminant ift. Parablens placering og form.
- Overblik ved antal løsninger ud fra diskriminantbetragtning samt faktorisering ved rødder

Arbejdsformer:

- Individuelle- og gruppeøvelser i Desmos ift. Parametrenes betydning for grafen.
- Arbejde med begyndende komplicerede problemstillinger ift. Af finde parametre, der garanterer et bestemt forhold for parabeln / andengradspolynomiet.

Forbindelse til andre fag:

- Kobling til bl.a. mekanik og det skrå kast i fysik.

Undervisningsmateriale:

- 'Mat C hf'. Systime, iBog. Funktioner 4.5
- Lorenzen et al. (2018). 'Mat B hf'. Systime. s. 30 – 39
- Lærernoter med øvelser og opgaver

OPTIMERING I – [6 timer, 0 fordybelse]

Særlige fokuspunkter:

- Erfaring med tålmodig undersøgelsesbaseret tilgang til matematiske problemstillinger
- Oversættelse af problemscenarie til matematisk udtryk, videre til en graf for udtrykket og jagten på, hvordan man finder værdier, der fører til 'toppen' af en kurve – begrænset til andengradspolynomiet.
- opstille og redegøre for geometriske modeller samt løse geometriske problemer

Faglige mål

- *håndtere formler, opstille og redegøre for symbolholdige beskrivelser af variablsammenhænge og anvende symbolholdigt sprog til at løse problemer med matematisk indhold*
- *oversætte mellem de fire repræsentationsformer tabel, graf, formel og sproglig beskrivelse*
- *gennemføre matematiske ræsonnementer og beviser*

Kompetencefokus:

- Erfaring i at gå fra scenarie til matematisk udtryk og videre til en kurvebetragtning
- Evne til at blive i en uafklaret fase af problemløsning ved undersøgende metoder, uden at miste modet.
- Beherskelse af toppunktformlen for parabler.

Arbejdsformer:

- Gruppeundersøgelser af geometriske optimeringsscenarier
- Gruppefremlæggelser af arbejdsprocess, tankemåder og resultater.

Undervisningsmateriale:

Udleverede opgavescenarier