

# Studieplan mat B, 2022 – 2024 - realiseret

Martin Lauesen

## PROBLEMLØSNING I – [5 timer, 2 fordybelse]

### Særlige fokuspunkter

- Oplevelse problemløsning som faser, man kan bevæge sig igennem, med Polyas 'how to Solve it'-trin som struktur, man kan navigere i og gang for gang blive mere bevidst om.
- Bevidsthed om at afsøge reducerede versioner af en problemstilling som indgang til en mere kompleks problemstilling.
- At turde dele tanker om matematiske problemstillinger, selvom målet ikke er nået.

### Faglige mål

- *kommunikere aktivt i, med og om matematik i både mundtlig og skriftlig formidling*

### Supplerende stof

- *forløb med vægt på bevisførelse inden for udvalgte emne.*

### Kompetencefokus:

- udvikling af en alsidig tilgang til bevis- og argumentationsformer
- at kunne arbejde med de Georg Mohr opgaver, der operationelt kun kræver grundskolematematik – uden af give op.

### Arbejdsformer

- gruppeøvelser med fokus på at tale om og i faget
- gruppepræsentationer af argumentation og strategi

### Forbindelse til andre fag

- kobling til påstand-belæg-hjemmel i argumentationsanalyse i Dansk.
- indblik i logik i filosofi

### Undervisningsmateriale:

- lærerreduceret version af trinnene i Polyas 'How to Solve it'
- afsnit 1 og 2 i Smullyans 'kvinden og tigeren'
- udeleverede uddrag fra multiple choice opgaverne 1. rundeopgaver i Georg Mohr 2015-2019

## **KOMBINATORIK – [5 timer, 2 fordybelse]**

### **Særlige fokuspunkter:**

- Opbygning og tryghed ved håndgribelige og visuelle måder at tænke tælleproblemer.
- Forståelse af kombinationer som permutationer med 'overtælning'.

### **Kernestof:**

- *kombinatorik, grundlæggende sandsynlighedsregning, sandsynlighedsfelt og stokastisk variabel, binomialfordeling samt normalfordelingsapproksimation hertil, konfidensinterval og hypotesetest i binomialfordelingen*

### **Kompetencefokus:**

- udføre kombinatorikberegninger med og uden tilbagelægning
- at kunne mønstergenkende tællescenarier i de varierede former, de fremstår

### **Arbejdsformer:**

- øvelsesopgaver i såvel selvstændigt som i grupper
- arbejde med visualisering af kombinatorikscenarier
- øvelser i skriftlig faglig argumentation

### **Undervisningsmateriale:**

- Kompendie med opgaver og motivation fra tælletræer til kombinationer og Pascals trekant.

## **SANDSYNLIGHED I – [6 timer, 2 fordybelse]**

### **Særlige fokuspunkter:**

- Oplevelse af behovet for velargumenterede sandsynlighedsbetragtninger i mødet med paradokser, der udfordrer vores intuition.
- Udfordring af sandsynlighedsbegrebets natur ift. empiri og forudsigelse.
- Beherskelse af de grundlæggende begreber og sandsynlighedsbetragtninger ved bla. komplementær og sammensat sandsynlighed

### **Faglige mål:**

- *beherske mindstekrav omfattende grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer inden for kernestoffet*

### **Kernestof:**

- *kombinatorik, grundlæggende sandsynlighedsregning, sandsynlighedsfelt og stokastisk variabel, binomialfordeling samt normalfordelingsapproximation hertil, konfidensinterval og hypotesetest i binomialfordelingen*

### **Supplerende stof:**

- *bearbejdning af autentisk datamateriale, herunder statistisk behandling af grupperet talmateriale*

### **Kompetencefokus:**

- at kunne udnytte kombinatorik til at vurdere simple sandsynlighedsscenarier ved 'naiv' sandsynlighed gennem gunstige og mulige.

### **Arbejdsformer:**

- deltagelse i simulering af scenarier som 'Monty Hall'
- øvelser i grupper og selvstændige opgaver
- gruppefremlæggelser
- udvidet klasserumsdialog om intuition ift. tilsyneladende paradokser

### **Forbindelse til andre fag:**

- Kritisk perspektivering af sandsynlighedsargumenter i bl.a. medier

### **Undervisningsmateriale:**

- Udleverede scenarier ift. Monty-Hall, fødselsdagsparadokset.
- Opgaver i tælletræs tilgang til Bayes problemstillinger ift. testvaliditet
- Det originale Simpson's paradoks samt opgave med tilsvarende fænomen.

## **MATEMATIKBIOGRAFI – [0 timer, 2 fordybelse]**

### **Særlige fokuspunkter:**

- Bevidstgørelse af ens liv med regning og matematik gennem børne- og ungdomsårene

### **Arbejdsformer:**

- Selvstændig afsøgning og fortrolig skriftlig præsentation af, hvordan man har haft det med regning og matematik gennem livet, hvordan man oplever det nu, og hvad man håber på.
- Mulig deling i klasserummet af erfaringer opnået gennem tilbageblikket.

## LIGNINGSLØSNING – [4 timer, 4 fordybelse]

### Særlige fokuspunkter:

- Genopdagelse eller ny mulighed for at se ligningsløsning gennem 'balance' og 'eliminering', med tilbageblik til Al-Khwarizmi.

### Kernestof:

- *overslagsregning, regningsarternes hierarki, simpel algebraisk manipulation, det udvidede potensbegreb, ligefrem og omvendt proportionalitet, ligningsløsning med algebraiske og grafiske metoder, tilnærmet og eksakt værdi samt absolut værdi*

### Faglige mål

- *operere med tal og repræsentationer af tal samt kritisk vurdere resultater af sådanne operationer*
- *beherske mindstekrav omfattende grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer inden for kernestoffet*

### Supplerende stof:

- *matematikhistoriske perspektiver på udvalgte emner*

### Kompetencefokus:

- Tryghed i at gennemføre algebraiske manipulationer ud fra eliminering via 'modsat' regneoperation og balance på begge sider af ligningen.
- Tryghed i notationssædvaner og fremgangsmåder ift. regnearternes hierarki
- Tryghed i at gange ind i parenteser og sætte uden for parentes.

### Arbejdsformer:

- gruppe- og selvstændigt arbejde med talgådernes løsning og efterfølgende algebraisk formulering af de enkelte trin.
- Intern ombytning af opgaver, hvor der veksles mellem opgaveformulering, opgaveløsning og løsningsevaulering.

### Forbindelse til andre fag:

- Helt grundlæggende færdighed ift. andre fag, der arbejder med tal og størrelser.

### Undervisningsmateriale:

- Lærernoter med øvelser og opgaver
- Lærerpræsentation af historiske metoder og de almene regnesymbolers ophav.
- <https://www.thatquiz.org/tq-0/math/algebra/>

## TAL OG REGNEARTER – [6 timer, 2 fordybelse]

### Særlige fokuspunkter:

- Motiveret historisk behov for samt formel definition af negative tal og brøker, bl.a. ud fra lertavlens vidnesbyrd om forskellig værdi af varer og arbejde.
- Klargjorte udfordringer ved at 'finde fred' med at bruge negative tal og brøker som 'tal'.
- Mulighed for afgrænsning af grundskolens talrige huske- og tommefingerregler til få og driftsikre fremgangsmåder.
- Fremhævelse af, hvor banebrydende 10-tals systemet som positionstalssystem er.
- Mulig 'tælle'-tolkning af Ishangoknoglen samt muligt ophav til 10- og 60-talssystemet.

### Faglige mål

- *operere med tal og repræsentationer af tal samt kritisk vurdere resultater af sådanne operationer*
- *beherske mindstekrav omfattende grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer inden for kernestoffet*

### Supplerende stof:

- *matematikhistoriske perspektiver på udvalgte emner*

### Kompetencefokus:

- Tryghed i de fire regnearter ift. negative tal
- Tryghed i de fire regnearter ift. brøker

### Arbejdsformer:

- Større selvstændigt arbejde med autogenererede, -justerende og selvrettende onlineopgaver.
- Klasserumsdialog om historiske talsystemer og deres mulige motivation

### Forbindelse til andre fag:

- Helt grundlæggende færdighed ift. andre fag, der arbejder med tal og størrelser.

### Undervisningsmateriale:

- 'Mat C hf'. Systime, iBog. Tal 1, 1.1 – 1.3, 1.6
- Lærernoter med øvelser og opgaver
- Lærerpræsentation af arkæologisk vidnesbyrd.
- <https://www.thatquiz.org/tq-1/math/arithmetic/>

## STATISTIK I – [6 timer, 2 fordybelse]

### Særlige fokuspunkter:

- Motivere behovet for de almene statistiske deskriptorer gennem vigtige lokale og globale problemstillinger
- Skærpe den bevidste kritiske tilgang til tolkning og præsentation af data i medier.

### Faglige mål

- *anvende statistiske og sandsynlighedsteoretiske modeller til beskrivelse af data fra andre fagområder, foretage simuleringer, gennemføre hypotesetest, bestemme konfidensinterval, stille spørgsmål ud fra modellen og have blik for, hvilke svar der kan forventes, samt være i stand til at formulere konklusioner i et klart sprog*
- *anvende matematiske værktøjsprogrammer til eksperimenter og begrebsudvikling samt symbolbehandling og problemløsning*
- *beherske mindstekrav omfattende grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer inden for kernestoffet*

### Kernestof:

- *simple statistiske metoder til håndtering af et diskret datamateriale, grafisk præsentation af statistisk materiale, stikprøve og empiriske statistiske deskriptorer, samt anvendelse af lineær, eksponentiel, potens og polynomiel regression, herunder usikkerhedsbetragtning og residualplot.*

### Supplerende stof:

- *bearbejdning af autentisk datamateriale, herunder statistisk behandling af grupperet talmateriale*

### Kompetencefokus:

- forholde sig kritisk til det statistiske grundlag ved mediers præsentation af resultater
- beskrive indsamlet data ved middelværdi, median, typetal, kvartil, minimum, maksimum, hyppighed, varians og spredning
- bruge Excel og Maple til illustration af data gennem bl.a. histogrammer og boksplots

### Arbejdsformer:

- Undersøgelse i grupper af bl.a. indkomst, sundhed, levealder for forskellige lande
- Undersøgelse og uddrag af data fra Danmarks Statistiks hjemmeside
- Gruppeoplæg med præsentation af selvvalgt data med sammenlignende aspekter

### Forbindelse til andre fag:

- Kritisk perspektivering og analyse af mediers brug af statistik, særligt korellation vs. Kausalitet og konfidensintervaller samt hypotesetests.

### Undervisningsmateriale:

- Lærernoter med øvelser og opgaver
- Maple Gym-pakke instruktion – deskriptiv statistik: grupperede og ikke-grupperede obs.
- 'The Joy of Stats' (Rosling) <https://wingspanproductions.co.uk/shop>
- Noter om Gini-koefficienten

## LINJENS LIGNING OG LINEÆR REGRESSION – [14 timer, 4 fordybelse]

### Særlige fokuspunkter:

- Genopdage linjens ligning som udtryk for en reel sammenhæng i verden
- Opnå tryghed i at kunne koble formlens parametre til kurvens grafiske udtryk
- Undersøge parvis data grafisk og undersøge sammenhæng ved regression
- Bevidsthed omkring ikke at drage konklusioner om kausalitet ud fra sammenhæng.

### Kernestof:

- *analytisk beskrivelse af linjer og cirkler, opstilling og løsning af plangeometriske problemer, herunder vinkel, skæring og afstand*
- *simple statistiske metoder til håndtering af et diskret datamateriale, grafisk præsentation af statistisk materiale, stikprøve og empiriske statistiske deskriptorer, samt anvendelse af lineær, eksponentiel, potens og polynomiel regression, herunder usikkerhedsbetragtning og residualplot*
- *funktionsbegrebet, sammensat funktion, stykkevist defineret funktion, karakteristiske egenskaber ved følgende elementære funktioner og deres grafiske forløb: lineære, polynomier, eksponential-, potens- og logaritmefunktioner*

### Faglige mål

- *håndtere formler, opstille og redegøre for symbolholdige beskrivelser af variabelsammenhænge og anvende symbolholdigt sprog til at løse problemer med matematisk indhold*
- *anvende funktionsudtryk i modellering af data, foretage simuleringer og fremskrivninger ud fra modellerne samt diskutere rækkevidde af modeller*
- *beherske mindstekrav omfattende grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer inden for kernestoffet*

### Supplerende stof:

- *bearbejdning af autentisk datamateriale, herunder statistisk behandling af grupperet talmateriale*

### Kompetencefokus:

- Tryghed i grafudtryk og parametre for linjens almindelige ligning
- Sikkerhed i at bestemme udtrykket for en linje gennem kendt punkt og kendt hældning
- Erfaring i at vurdere validitet af en lineær model ud fra visuel inspektion og residualer
- Erfaring med vurdering af begrænsninger og muligheder ved en matematisk model

### Arbejdsformer:

- gruppearbejde med uddragelse af data fra Danmarks Statistiks hjemmeside og fra datafiler til regressionsundersøgelser – med efterfølgende gruppeoplæg.
- Klasserumsdialog om faldgruber i tolkning af data ift. kausalitet

### Undervisningsmateriale:

- Maple Gym-pakke instruktion – regressioner.
- Lærernoter med øvelser og opgaver
- Lærerpræsentation af Anscombe's Quartet og urimelige kausaliteter.



## LØSNING AF TO LINEÆRE LIGNINGER MED TO UBEKENDTE – [4 timer, 2 fordybelse]

### Særlige fokuspunkter:

- Indøvelse af Gauss-Jordan elimination som driftssikker metode, med tilbageblik løsning ved substitution og ved linjers skæring.

### Supplerende stof:

- *Indførelse i arbejde med flere variable*

### Kompetencefokus:

- At kunne løse to lineære ligninger med to ubekendte ved elimination

### Arbejdsformer:

- Selvstændigt arbejde med grundteknikken i øvelser
- Oversættelse af prosatekst til et system af lineære ligninger
- Indblik i LinearAlgebra-pakken og LinearSolve i Maple

### Forbindelse til andre fag:

- Spor til A-niveau i matematik

### Undervisningsmateriale:

- Lærernoter med øvelser og opgaver
- Noter med eksempler som instruktion

## TRIGONOMETRI I – [8 timer, 6 fordybelse]

### Særlige fokuspunkter

- Operationelle beregningskompetencer ved trekantsberegninger. Særligt omregning til nygrader og radianer, kongruente trekanter, Pythagoras, enhedscirklen, sinus, cosinus, tangens, sinusrelationerne samt cosinusrelationen.
- anvendelseskompetencer for regneark samt CAS.

### Faglige mål

- opstille og redegøre for geometriske modeller samt løse geometriske problemer
- håndtere formler, opstille og redegøre for symbolholdige beskrivelser af variabelsammenhænge og anvende symbolholdigt sprog til at løse problemer med matematisk indhold
- gennemføre matematiske ræsonnementer og beviser
- beherske mindstekrav omfattende grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer inden for kernestoffet

### Kernestof

- *forholdsberegninger i ensvinklede trekanter, simple konstruktioner af og trigonometriske beregninger i vilkårlige trekanter i et matematisk værktøjsprogram*
- *analytisk beskrivelse af linjer og cirkler, opstilling og løsning af plangeometriske problemer, herunder vinkel, skæring og afstand*

### Supplerende stof

- *matematikhistoriske perspektiver på trigonometriens udvikling samt nedslag i geodæsiens udvikling*

### Kompetencefokus:

- regne med forholdstal mellem lignedannede trekanter
- beregne vinkler i polygoner
- beregne sidelængder i en retvinklet trekant ud fra Pythagoras' læresætning
- redegøre for enhedscirklen samt grader, nygrader og radianer
- redegøre for definitionerne af sinus, cosinus og tangens
- anvende sinusrelationen til at beregne sider og vinkler i en vilkårlig trekant
- kendskab til behov for og anvendelse af cosinusrelationen

### Arbejdsformer

- øvelsestimer med problemløsning og træning af operationelle kompetencer i grupper. gruppefrem lægninger og lærerfeedback til individuelle elever samt grupper.
- fælles udvikling og gennemgang af beviser for centrale resultater med udgangspunkt i læreroplæg og konkrete problemstillinger.
- udarbejdelse af selvstændig skriftlig redegørelse med afsæt trigonometriens historiske udvikling, anvendelsesområder samt centrale definitioner og sætninger.

### Forbindelse til andre fag

- historisk gennemgang af afstandsmålinger, astronomi og kosmologi -som afsæt til verdensbilleder i religion og historie

### Undervisningsmateriale:

- udleveret kompendie i trigonometri og landmåling

## **VEKTORER I – [10 timer, 3 fordybelse]**

### **Særlige fokuspunkter:**

- Introduktion til vektorregning på et niveau, så det kan anvendes i bl.a. fysik samt ved længde, vinkel og projektionsberegninger.

### **Faglige mål**

- *analytisk beskrivelse af linjer og cirkler, opstilling og løsning af plangeometriske problemer, herunder vinkel, skæring og afstand*

### **Supplerende stof:**

- *Vektorregning i 2D*

### **Kompetencefokus:**

- Beherskelse af vektorrepræsentationer grafisk og ved tal
- Tryghed i beregning og grafisk tolkning af addition, subtraktion, determinant, prikprodukt, tværvektor og længde
- Beregning af vinkler mellem vektorer samt vurdering af ortogonalitet.

### **Arbejdsformer:**

- Gruppeøvelser omkring 'skattekort'-instruktioner som vektorsummer
- Gruppeøvelser med scenarier, der kan omsættes til vektorer og komponentvise ligninger, samt selvstændige færdighedsøvelser og opgaver.

### **Forbindelse til andre fag:**

- Spor til A-niveau i matematik

### **Undervisningsmateriale:**

- Lærernoter med øvelser og opgaver samt præsentationer

## TRIGONOMETRI II – [7 timer, 9 fordybelse]

### Faglige mål og fokuspunkter

- opstille og redegøre for geometriske modeller i forbindelse med landmåling og kartografi
- løse konkrete anvendelsesorienterede geometriske problemstillinger i forbindelse med overbestemte systemer af data om vinkler og afstand ved landmåling -herunder brug af sinus-og cosinusrelationerne til problemløsning i 'feltet' samt behandling af ca. 2.000 målepunkter og vinkler.

### Faglige mål

- *demonstrere viden om matematikanvendelse inden for udvalgte områder, herunder viden om anvendelse i behandling af en mere kompleks problemstilling.*
- *operere med tal og repræsentationer af tal samt kritisk vurdere resultater af sådanne operationer*

### Kernestof

- *forholdsregninger i ensvinklede trekanter, simple konstruktioner af og trigonometriske beregninger i vilkårlige trekanter i et matematisk værktøjsprogram*
- *analytisk beskrivelse af linjer og cirkler, opstilling og løsning af plangeometriske problemer, herunder vinkel, skæring og afstand*
- *grafisk håndtering af simple trigonometriske funktioner og deres egenskaber i et matematiskværktøjsprogram*

### Supplerende stof

- *bearbejdning af autentisk datamateriale, herunder statistisk behandling af grupperet talmateriale*

### Kompetencefokus:

- foretage vinkelmålinger i horisontalt og vertikalt plan med en teodolit
- foretage nivelleringsmålinger langs en linie
- udlægge et hensigtsmæssigt trianguleringsnet i et måleområde
- planlægge og udføre et landmålingskort med detailmålinger og højdekurver

### Arbejdsformer

- rejse med indsamling af måledata om vinkler, afstand og detailmålinger ved udvalgt kupperet og kystnært område i Danmark (ikke medregnet i timetal)
- behandling af måledata
- konstruktionsgeometrisk udarbejdelse af topografisk kort i målestoksforhold 1:2.000 over det udvalgte område (ikke medregnet i timetal)

### Forbindelse til andre fag

- rejseaktivitet med opbygning af fælles referenceramme til arbejdet med naturgeografi

### Undervisningsmateriale:

- Uddelt landmålingsvejledning og -instruktion
- Indberetningsark

## **PROBLEMLØSNING II – [6 timer, 2 fordybelse]**

### **Særlige fokuspunkter**

- repetition af Polyas 'how to Solve it'-trin som struktur, man kan navigere i og gang for gang blive mere bevidst om.
- Argumentations/bevis-strategier mere tydeligt afgrænset ved modeksempel, modstrid, direkte bevis og udtømmning af tilfælde.

### **Faglige mål**

- *kommunikere aktivt i, med og om matematik i både mundtlig og skriftlig formidling*

### **Supplerende stof**

- *forløb med vægt på bevisførelse inden for udvalgte emne.*

### **Kompetencefokus:**

- udvikling af en målrettet tilgang til bevis- og argumentationsformer
- at kunne arbejde fornuftigt med komplicerede problemstillinger gennem afsøgning af mindre komplicerede relevante scenarier.

### **Arbejdsformer**

- gruppeøvelser med fokus på at tale om og i faget
- gruppepræsentationer af argumentation og strategi

### **Forbindelse til andre fag**

- kobling til deduktive argumentationstyper
- indblik i logiske argumenter

### **Undervisningsmateriale:**

- lærerreduceret version af trinnene i Polyas 'How to Solve it'
- afsnit 3 i Smullyans 'kvinden og tigeren'
- udeleverede uddrag fra multiple choice opgaverne 1. rundeopgaver i Georg Mohr 2015-2019
- '100 grønne øjne på øen' gåden, 'deling af piratskat', samt 'party problem' (Ramsey)

## POTENSREGNING – [5 timer, 3 fordybelse]

### Særlige fokuspunkter:

- Belysning og genopfriskning af potensregneregler – som afsæt til arbejde med kvadratsætninger, andengradspolynomiet, eksponentielle udviklinger, logaritmer og differentiation.
- Fremstilling og indarbejdelse af potensregnereglerne på en systematisk og deduktiv måde – der tillige fremstår rimelig og dækkende.

### Faglige mål

- *beherske mindstekrav omfattende grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer inden for kernestoffet*

### Kompetencefokus:

- Sikkerhed i almindelige potensregneregler
- Evne til at udføre simple direkte beviser

### Arbejdsformer:

- gruppe- og selvstændigt arbejde med omskrivninger af udtryk med potenser.
- Gruppearbejde med små 'videobeviser' af de grundlæggende regler.

### Undervisningsmateriale:

- 'Mat C hf'. Systime, iBog. Tal 1.4,
- Lærernoter til øvelser og opgaver

## KVADRATSÆTNINGERNE

### Særlige fokuspunkter:

- Udledning af kvadratsætningerne
- Anvendelse af kvadratsætninger til reduktion
- Indføring af kvadratkomplettering.

### Faglige mål

- *beherske mindstekrav omfattende grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer inden for kernestoffet*

### Kompetencefokus:

- Sikkerhed anvendelse og genkendelse af kvadratsætningerne
- Erfaring i brug af kvadratkomplettering

### Arbejdsformer:

- Gruppearbejde med mindre 'video'-beviser
- Øvelser med reduktioner via kvadratsætningerne samt kvadratkomplettering

### Undervisningsmateriale:

- Lorenzen et al. (2018). 'Mat B'. Systime. s. 11 – 14, 20-21
- Noter med eksempler på kvadratkomplettering
- Lærernoter med øvelser og opgaver

## **CIRKLEN – [4 timer, 2 fordybelse]**

### **Særlige fokuspunkter:**

- Udledning af cirkelns ligning i implicit form fra Pythagoras læresætning
- Kendskab til kvadratkomplettering til at genkende parametre for en cirkel

### **Faglige mål**

- *anvende matematiske værktøjsprogrammer til eksperimenter og begrebsudvikling samt symbolbehandling og problemløsning*
- 

### **Kernestof**

- *analytisk beskrivelse af linjer og cirkler, opstilling og løsning af plangeometriske problemer, herunder vinkel, skæring og afstand*

### **Kompetencefokus:**

- Forståelse for sammenhængen mellem en cirkels centrum og radius ift. cirkelns parametre
- Genkendelse af formlen for en cirkel efter evt. Omskrivning via kvadratkomplettering

### **Arbejdsformer:**

- Øvelser i Desmos med konstruktion af figurer med talrige cirkler.
- Undersøgelser i Desmos med cirkelns parametre.

### **Undervisningsmateriale:**

- Uddrag fra Lorenzen et al. (2018). 'Mat B hf'. Systime. s. 87 – 91
- Lærernoter med øvelser og opgaver

## **ANDENGRADSLIGNINGEN – [12 timer, 5 fordybelse]**

### **Særlige fokuspunkter:**

- Motiverende scenariebaserede eksempler
- Visuelle metoder med inspiration fra Al-Khwarizmi samt Babylonske fremgangsmåder
- Løsning ved kvadratkomplettering og generalisering til standardformlen

### **Faglige mål**

- *beherske mindstekrav omfattende grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer inden for kernestoffet*

### **Kernestof**

- *funktionsbegrebet, sammensat funktion, stykkevist defineret funktion, karakteristiske egenskaber ved følgende elementære funktioner og deres grafiske forløb: lineære, polynomier, eksponential-, potens- og logaritmefunktioner*

### **Kompetencefokus:**

- Rutine i at omskrive et andengradsudtryk til standardformen og anvende formelen.

### **Arbejdsformer:**

- Gruppeøvelser med små 'video'-beviser ift. standardformlen
- Selvstændige øvelser og opgaver i løsning af andengradsligninger

### **Undervisningsmateriale:**

- Lærernoter ift. løsning af andengradsligninger
- Udleverede eksempler på tænkte illustrationer af fremgangsmåder fra babylonske lertavler
- Lærernoter med øvelser og opgaver



## **TAL OG REGNEARTER II – [2 timer, 0 fordybelse]**

### **Særlige fokuspunkter:**

- Indføring i betragtningen om argumenter for ikke-rationale tal (irrationale)

### **Supplerende stof:**

- *Irrationale tals motivation*

### **Kompetencefokus:**

- Være bekendt med argumenter for, at der er størrelser, der ikke kan opnås ved rationale tal.

### **Arbejdsformer:**

- Læreroplæg og klasserumsdialog

### **Forbindelse til andre fag:**

- Kobling til bl.a. Menon i filosofi og antikkens historie

### **Undervisningsmateriale:**

- Lærerpræsentation om Menon, irrationalitet af kvadratrods 2 samt Cantors diagonalargument

## **FUNKTIONER I – [4 timer, 2 fordybelse]**

### **Særlige fokuspunkter:**

- Forståelse af funktioners repræsentationsformer ved graf, tabel og formel.
- Symbolkompetence til at kunne håndtere abstraktionsniveauet ved sammensatte funktioner til brug ved bl.a. differentialregning.

### **Faglige mål**

- *håndtere formler, opstille og redegøre for symbolholdige beskrivelser af variablsammenhænge og anvende symbolholdigt sprog til at løse problemer med matematisk indhold*

### **Kernestof:**

- *funktionsbegrebet, sammensat funktion, stykkevist defineret funktion, karakteristiske egenskaber ved følgende elementære funktioner og deres grafiske forløb: lineære, polynomier, eksponential-, potens- og logaritmefunktioner*

### **Kompetencefokus:**

- repræsentationskompetence ift. Funktionsnotationer
- sikkerhed i arbejde med sammensatte funktioner samt stykkevist definerede funktioner

### **Arbejdsformer:**

- gruppeøvelser med funktioner ud fra grafer, tabeller og forskrifter
- selvstændige øvelser med sammensatte funktioner

### **Undervisningsmateriale:**

- Udleverede lærer noter
- Lærer noter med øvelser og opgaver

## VÆKST I – [14 timer, 3 fordybelse]

### Særlige fokuspunkter:

- Udvikling af og motivering for renteformlen og betragtning af eksponentielle udviklinger
- Indføring af eksponential- og logaritmefunktioner gennem motiverende eksempler
- Udvidelse af regressionsformer samt vurderings- og udvælgelseskriterier.
- Kendskab til annuitetsberegninger og erfaring med typiske forløb.

### Faglige mål

- *demonstrere viden om matematikanvendelse inden for udvalgte områder, herunder viden om anvendelse i behandling af en mere kompleks problemstilling*

### Kernestof:

- *procent- og rentesregning, absolut og relativ ændring, renteformel*

### Supplerende stof:

- *opsparings- og gældsannuitet*

### Kompetencefokus:

- Bevidsthed om eksponentielle udviklingers natur, særligt ift. privatøkonomi
- Regnekompetence ift. at isolere ubekendte eksponenter vha. logaritmer
- Oversætte problembaserede scenarier til matematik, hvor renteformlen kan anvendes

### Arbejdsformer:

- Gruppeøvelser om renteberegninger, aldersbestemmelse og henfald
- Individuelle øvelser i regneteknik med eksponential- og logaritmefunktioner
- Gruppeøvelser med privatøkonomiske scenarier

### Forbindelse til andre fag:

- Logaritmiske skalaer, beregning af halverings- og fordoblingstider ift kemi og fysik. Rente- og opsparingsudviklinger ift. økonomi i samfundsfag

### Undervisningsmateriale:

- Udleveret materiale ift. undervisning ved C. Kofoed
- Lærernoter med øvelser og opgaver

## ANDENGRADSPOLYNOMIET – [16 timer, 6 fordybelse]

### Særlige fokuspunkter:

- Naturlig overgang fra arbejdet med andengradsligninger til en betragtning af andengradspolynomier
- Beherskelse af den grafiske betydning af andengradspolynomiets parametre, herunder særligt diskriminanten
- Forståelse for diskriminantens sammenhæng med antal af løsninger samt faktorisering ved rødder

### Faglige mål

- *anvende matematiske værktøjsprogrammer til eksperimenter og begrebsudvikling samt symbolbehandling og problemløsning*

### Kompetencefokus:

- grafisk forståelse for andengradspolynomiets skæring med akser sammenholdt med løsninger for den tilsvarende andengradsligning.
- Grafisk forståelse for sammenhæng mellem andengradspolynomiets parametre og diskriminant ift. Parablens placering og form.
- Overblik ved antal løsninger ud fra diskriminantbetragtning samt faktorisering ved rødder

### Arbejdsformer:

- Individuelle- og gruppeøvelser i Desmos ift. Parametrenes betydning for grafen.
- Arbejde med begyndende komplicerede problemstillinger ift. Af finde parametre, der garanterer et bestemt forhold for parablen / andengradspolynomiet.

### Forbindelse til andre fag:

- Kobling til bl.a. mekanik og det skrå kast i fysik.

### Undervisningsmateriale:

- Lorenzen et al. (2018). 'Mat B hf'. Systime. s. 30 – 39
- Lærernoter med øvelser og opgaver

## **OPTIMERING I – [6 timer, 0 fordybelse]**

### **Særlige fokuspunkter:**

- Erfaring med tålmodig undersøgelsesbaseret tilgang til matematiske problemstillinger
- Oversættelse af problemscenarie til matematisk udtryk, videre til en graf for udtrykket og jagten på, hvordan man finder værdier, der fører til 'toppen' af en kurve – begrænset til andengradspolynomiet.
- opstille og redegøre for geometriske modeller samt løse geometriske problemer

### **Faglige mål**

- *håndtere formler, opstille og redegøre for symbolholdige beskrivelser af variabelsammenhænge og anvende symbolholdigt sprog til at løse problemer med matematisk indhold*
- *oversætte mellem de fire repræsentationsformer tabel, graf, formel og sproglig beskrivelse*
- *gennemføre matematiske ræsonnementer og beviser*

### **Kompetencefokus:**

- Erfaring i at gå fra scenarie til matematisk udtryk og videre til en kurvebetragtning
- Evne til at blive i en uafklaret fase af problemløsning ved undersøgende metoder, uden at miste modet.
- Beherskelse af toppunktformlen for parabler.

### **Arbejdsformer:**

- Gruppeundersøgelser af geometriske optimeringsscenarier
- Gruppefremlæggelser af arbejdsprocess, tankemåder og resultater.

### **Undervisningsmateriale:**

- Udleverede opgavescenarier

## FUNKTIONER II – [10 timer, 2 fordybelse]

### Særlige fokuspunkter:

- Fremhævelse af funktionsudtryks definitions- og værdimængde samt notation af intervaller, sammenstillet med uligheder og mængdeangivelser.
- Et arbejde frem mod forståelsen af inverse funktioner som et generelt fænomen, samt konkret kendskab til de almindeligste inverse funktioner og deres anvendelse ved manipulation af udtryk samt ligningsløsning.
- Strategier til fortegnbestemmelser og skæring med akser

### Kernestof:

- *funktionsbegrebet, sammensat funktion, stykkevist defineret funktion, karakteristiske egenskaber ved følgende elementære funktioner og deres grafiske forløb: lineære, polynomier, eksponential-, potens- og logaritmefunktioner*

### Kompetencefokus:

- Visuel forståelse af funktioners definitions- og værdimængder samt inverse funktioner.
- Arbejde med forløb af fortegn og akseskæringer ved kobling mellem grafisk udtryk og beregnede værdier

### Arbejdsformer:

- Selvstændige øvelser med manipulation og ligningsløsning ud fra inverse funktioner, samt angivelse af definitions- og værdimængder.
- Gruppeøvelser med fortegn og akseskæringsproblematikker

### Undervisningsmateriale:

- Udleverede lærer noter
- Lærernoter med øvelser og opgaver

## DIFFERENTIALREGNING I – [20 timer, 8 fordybelse]

### Særlige fokuspunkter:

- Udvikling af en forståelse af udtryk for hældninger ved undersøgelsesbaseret metode
- Motivation af anvendeligheden af hældningsudtryk ud fra eksempler på fortolkning af afledede i fysik og økonomi samt optimeringspotentiale.
- Arbejde med grænseværdier og uendelighedsbegreber
- Udvikling af tangenthældning og differentialkvotient som grænseværdibetragtning
- Lavpraktisk indøvelse af differentiation af polynomier
- Indøvelse af monotonibetragtninger

### Faglige mål

- *anvende matematiske værktøjsprogrammer til eksperimenter og begrebsudvikling samt symbolbehandling og problemløsning*

### Kernestof:

- *definition og fortolkning af differentialkvotient, herunder væksthastighed, afledet funktion for de elementære funktioner samt differentiation af sum, differens og produkt af funktioner samt differentiation af sammensat funktion*
- *monotoniforhold, ekstrema og optimering og sammenhængen mellem disse begreber og begrebet differentialkvotient*

### Kompetencefokus:

- Rimelig forståelse af grænseværdier og differentialkvotient
- Sikker operationel beherskelse af differentiation af polynomier
- Evne til at kunne orientere sig i graf for en funktion sammenstillet med grafen for den afledede.

### Arbejdsformer:

- Individuelle og gruppeøvelser i differentiation
- Videobevis af differentialkvotient for  $x^2$
- Øvelser i at gå fra problemstillingsscenario til tolkning af den aflededes betydning

### Forbindelse til andre fag:

- Kobling til optimerings- og hældningsmæssige betragtninger i fysik, kemi og samfundsfag.

### Undervisningsmateriale:

- Lorenzen et al. (2018). 'Mat B hf'. Systime. s. 112 – 133, 136 – 139, 142 – 144
- Lærernoter med øvelser og opgaver

## OPTIMERING II – [4 timer, 2 fordybelse]

### Særlige fokuspunkter:

- Genbesøg af optimering, nu med klar strategi ift. Top- og bundpunktsbestemmelser
- Optimering af scenarier, der kræver differentiation af anden og tredjegradspolynomier.

### Faglige mål

- *håndtere formler, opstille og redegøre for symbolholdige beskrivelser af variabelsammenhænge og anvende symbolholdigt sprog til at løse problemer med matematisk indhold*

### Kernestof:

- *definition og fortolkning af differentialkvotient, herunder væksthastighed, afledet funktion for de elementære funktioner samt differentiation af sum, differens og produkt af funktioner samt differentiation af sammensat funktion*
- *monotoniforhold, ekstrema og optimering og sammenhængen mellem disse begreber og begrebet differentialkvotient*

### Kompetencefokus:

- Rutine i at optimering vha differentialregning.
- Evne til at orientere sig i problemløsningsscenarier ift. optimer, der ofte kræver sammenstilling af to begrænsende forhold.

### Arbejdsformer:

- Gruppeøvelser og præsentation af tankemåder og strategier ved optimering
- Optimering af rektangler, kasser og cylindre – samt prissætning for virksomheder.

### Forbindelse til andre fag:

- Optimering af forhold i fysik, økonomi og samfundsfag.

### Undervisningsmateriale:

- Lorenzen et al. (2018). 'Mat B hf'. Systime. s. 156 – 162
- Lærernoter med strategier, oversigter og argumentationer
- Lærernoter med øvelser og opgaver



## SANDSYNLIGHEDSREGNING II – [20 timer, 4 fordybelse]

### Særlige fokuspunkter:

- Grundig repetition af tællemetoderne i kombinatorik, udvidet med i 'stars and bars'-metoden.
- Indøvelse af arbejde med vægtede sandsynligheder
- Venn-diagrammer som basis for arbejdet med betingede sandsynligheder
- Udvikling af formelen for binomialfordelingen ved konkrete eksempler
- Arbejde med fordelings- og sumkurve for binomialfordelingen
- Falsifikationisme vs. positivisme ift. Tolkning af konsekvens for hypotesetest
- Bevidsthed om type I og type II fejl ift. Beslutning om signifikansniveau ved hypotesetest
- Indøvelse af beregning af gennemsnit og konfidensintervaller for binomialfordelingen.
- Konkret anvendelse af binomialbetragtninger af hypoteser ud fra selvstændig dataindsamling af valgfrit undersøgelsesfelt

### Faglige mål

- *anvende statistiske og sandsynlighedsteoretiske modeller til beskrivelse af data fra andre fagområder, foretage simuleringer, gennemføre hypotesetest, bestemme konfidensinterval, stille spørgsmål ud fra modellen og have blik for, hvilke svar der kan forventes, samt være i stand til at formulere konklusioner i et klart sprog.*
- *demonstrere viden om matematikanvendelse inden for udvalgte områder, herunder viden om anvendelse i behandling af en mere kompleks problemstilling*

### Kernestof:

- *kombinatorik, grundlæggende sandsynlighedsregning, sandsynlighedsfelt og stokastisk variabel, binomialfordeling samt normalfordelingsapproximation hertil, konfidensinterval og hypotesetest i binomialfordelingen*

### Supplerende stof:

- *bearbejdning af autentisk datamateriale, herunder statistisk behandling af grupperet talmateriale*

### Kompetencefokus:

- Bevidsthed om typiske fejlslutninger i sandsynlighedsregning samt gode tommelfingerregler i arbejdet med tolkning.
- Rutine i af forholde sig til konfidensintervaller ift. hypotesetest
- Styrket hjælpemiddelkompetence i håndtering af Maple ved større datasæt

### Arbejdsformer:

- Lærerpræsentationer med større klasserumsdialog
- Gruppeøvelser med indsamling af data, beregninger og mini-gruppefremstillinger
- Individuelle øvelser i kombinatorik og konfidensintervaller for binomialfordelingen

### Undervisningsmateriale:

- Lærernoter med øvelser og opgaver
- Lorenzen et al. (2018). 'Mat B hf'. Systime. s. 180 - 208
- Lærerpræsentation af signifikansniveau ift. type I og type II fejl ift. covid behandlinger

## TRIGONOMETRI III – [4 timer, 0 fordybelse]

### Særlige fokuspunkter

- De trigonometriske funktioners grafer, definition og værdimængder – med fokus på betydning og aflæsning af parametre.
- Omregning til og fra radianer, samt motivation for radianer.

### Faglige mål

- *demonstrere viden om matematikanvendelse inden for udvalgte områder, herunder viden om anvendelse i behandling af en mere kompleks problemstilling*
- *anvende matematiske værktøjsprogrammer til eksperimenter og begrebsudvikling samt symbolbehandling og problemløsning*

### Kernestof

- *grafisk håndtering af simple trigonometriske funktioner og deres egenskaber i et matematisk værktøjsprogram*

### Kompetencefokus:

- kendskab til de trigonometriske funktioners udseende og betydning af parametre for den harmoniske svingning

### Arbejdsformer

- undersøgelsesbaseret tilgang til parameterbetydning for den harmoniske svingning i Maple.
- øvelser i aflæsning af parametre
- undersøgelsesbaseret tilgang til fænomener ved sum af bølger.

### Forbindelse til andre fag

- historisk gennemgang af afstandsmålinger, astronomi og kosmologi -som afsæt til verdensbilleder i religion og historie

### Undervisningsmateriale:

- Lærerpræsentation af svingningsfænomener ved toner og bølger
- Noter til præsentation v. J. M. Tørsleff
- Lærernoter med øvelser og opgaver

## DIFFERENTIALREGNING II – [16 timer, 2 fordybelse]

### Særlige fokuspunkter:

- Indførelse af differentialkvotienter for trigonometriske-, eksponential- og logaritmefunktioner
- Opmærksomhed på multiplikationsreglen samt kædereolen og rutine i brugen af dem.

### Faglige mål

- *anvende differentialkvotient for funktioner og fortolke forskellige repræsentationer af denne*

### Kernestof:

- *definition og fortolkning af differentialkvotient, herunder væksthastighed, afledet funktion for de elementære funktioner samt differentiation af sum, differens og produkt af funktioner samt differentiation af sammensat funktion*

### Supplerende stof:

- *bearbejdning*

### Kompetencefokus:

- regnerutine i differentiation og hjælpemiddelkompetence ift. formelsamling og Maple
- erfaring i at forholde sig fortolkende til differentialkvotientens betydning i scenariebaserede problemstillinger.

### Arbejdsformer:

- Talrige øvelser i håndværket 'at differentiere', fokus på individuel kompetencebeherskelse
- Gruppeøvelser i problemregningsopgaver hvor differentialkvotienter betragtes.

### Undervisningsmateriale:

- Lærernoter med øvelser og opgaver

## VÆKST II – [12 timer, 2 fordybelse]

### Særlige fokuspunkter:

- Arbejde med at estimere parametre for eksponentielle udviklinger ud fra større datasæt
- Erfaring med væksthastighed som et øjebliksbillede i en tidsudvikling

### Faglige mål

- *anvende funktionsudtryk i modellering af data, foretage simuleringer og fremskrivninger ud fra modellerne samt diskutere rækkevidde af modeller*

### Kernestof:

- *principielle egenskaber ved matematiske modeller, matematisk modellering med anvendelse af nogle af ovennævnte funktionstyper og kombinationer heraf.*
- *funktionsbegrebet, sammensat funktion, stykkevist defineret funktion, karakteristiske egenskaber ved følgende elementære funktioner og deres grafiske forløb: lineære, polynomier, eksponential-, potens- og logaritmefunktioner*

### Supplerende stof:

- *bearbejdning af autentisk datamateriale, herunder statistisk behandling af grupperet talmateriale*

### Kompetencefokus:

- at kunne bruge eksponentiel regression samt topunktsformel til at bestemme parametre for en eksponentiel udvikling
- erfaring i at opstille en matematisk model og vurdere dens rimelighed / validitet samt begrænsninger og mulig anvendelse.

### Arbejdsformer:

- gruppearbejde med estimation af parametre, tolkning af model samt anvendelse af model

### Undervisningsmateriale:

- noter ift. import fra Danmarks Statistik
- Lærernoter med øvelser og opgaver

## **VIRKSOMHEDSSCENARIE – [14 timer, 0 fordybelse]**

### **Særlige fokuspunkter:**

- Indsigt i matematikkens anvendelse i privat- og erhvervsøkonomiske forhold i hverdagen, opnået gennem mangefacetteret tilgang til en forsikringsvirksomhed, der skal klare sig godt.

### **Supplerende stof:**

- *Erhvervsøkonomiske grundberegninger samt risikovurdering*

### **Kompetencefokus:**

- Evne til at genkende muligheder for anvendelse af indlærte kompetencer
- Indsigt i grundlæggende økonomiske forhold som skat og forsikring

### **Arbejdsformer:**

- Gruppearbejde ift. risikovurdering for forsikringselskab ved fastsættelse forsikringspræmie for tyveriforsikring af cykler ud fra konfidensinterval for estimeret binomialfordeling – samt estimeret fortjeneste.
- Gruppearbejde med optimering ud fra priselasticitet ved fastsættelse af forsikringspræmie
- Gruppearbejde ift. lønudbetaling, fradragstyper og skat – i excel
- Gruppefremlæggelser af scenarier og budgetter

### **Forbindelse til andre fag:**

- Kobling til økonomiske aspekter af samfundsfag

### **Undervisningsmateriale:**

- Indsamling af data fra Danmarks Statistik
- Større klasserumsdialoger
- Lærerpræsentationer af risikovurderinger i matematik