

## **Titel A [realiseret]**

### **TRIGONOMETRI OG LANDMÅLING I (Omfang: 20 timer plus fordybelsestid: 5 timer) (Timer meriteres delvist til Matematik B eller afvikles gennem meritforløb )**

#### **Særlige fokuspunkter**

- Operationelle beregningskompetencer ved trekantsberegninger. Særligt omregning til nygrader og radianer, kongruente trekanter, Pythagoras, enhedscirklen, sinus, cosinus, tangens, sinusrelationerne samt cosinusrelationen.
- beherskelse af simple overgangsformler mellem sinus og cosinus.
- anvendelseskompetencer for regneark samt CAS.

#### **Faglige mål**

- opstille og redegøre for geometriske modeller samt løse geometriske problemer
- håndtere formler, opstille og redegøre for symbolholdige beskrivelser af variabelsammenhænge og anvende symbolholdigt sprog til at løse problemer med matematisk indhold
- gennemføre matematiske ræsonnementer og beviser

#### **Kernestof**

- forholdsregninger i ensvinklede trekanter, simple konstruktioner af og trigonometriske beregninger i vilkårlige trekanter i et matematisk værktøjsprogram
- analytisk beskrivelse af linjer og cirkler, opstilling og løsning af plangeometriske problemer, herunder vinkel, skæring og afstand
- grafisk håndtering af simple trigonometriske funktioner og deres egenskaber i et matematisk værktøjsprogram

#### **Supplerende stof**

- matematikhistoriske perspektiver på trigonometriens udvikling samt nedslag i geodæsiens udvikling

#### **Kompetencefokus:**

- regne med forholdstal mellem ligedannede trekanter
- beregne vinkler i polygoner
- beregne sidelængder i en retvinklet trekant ud fra Pythagoras' læresætning
- redegøre for enhedscirklen samt grader, nygrader og radianer
- redegøre for definitionerne af sinus, cosinus og tangens samt deres overgangsformler
- anvende sinus-og cosinusrelationen til at beregne sider og vinkler i en vilkårlig trekant

#### **Arbejdsformer**

- øvelsestimer med problemløsning og træning af operationelle kompetencer i grupper. gruppefremlæggelser og lærerfeedback til individuelle elever samt grupper.
- fælles udvikling og gennemgang af beviser for centrale resultater med udgangspunkt i læreroplæg og konkrete problemstillinger.
- udarbejdelse af selvstændig skriftlig redegørelse for trigonometriens historiske udvikling, anvendelsesområder samt centrale definitioner og sætninger. (angivet ved fordybelsestid)

#### **Forbindelse til andre fag**

- historisk gennemgang af afstandsmålinger, astronomi og kosmologi -som afsæt til verdensbilleder i religion og historie

#### **Undervisningsmateriale:**

- Lorenzen et al. (2018). 'Mat B'. Systime (uddrag), Maple Gym-pakke instruktion, kompendie

## **Titel B [realiseret]**

### **TRIGONOMETRI OG LANDMÅLING II (Omfang: 21 timer plus fordybelsestid: 10 timer)**

**(Timer meriteres delvist til Matematik B eller afvikles gennem meritforløb )**

#### **Faglige mål og fokuspunkter**

- opstille og redegøre for geometriske modeller i forbindelse med landmåling og kartografi
- løse konkrete anvendelsesorienterede geometriske problemstillinger i forbindelse med overbestemte systemer af data om vinkler og afstand ved landmåling -herunder brug af sinus-og cosinusrelationerne til problemløsning i 'felten' samt behandling af ca. 2.000 målepunkter og vinkler.

#### **Faglige mål**

- demonstrere viden om matematikanvendelse inden for udvalgte områder, herunder viden om anvendelse i behandling af en mere kompleks problemstilling.
- operere med tal og repræsentationer af tal samt kritisk vurdere resultater af sådanne operationer

#### **Kernestof**

- forholdsregninger i ensvinklede trekanter, simple konstruktioner af og trigonometriske beregninger i vilkårlige trekanter i et matematisk værktøjsprogram
- analytisk beskrivelse af linjer og cirkler, opstilling og løsning af plangeometriske problemer, herunder vinkel, skæring og afstand
- grafisk håndtering af simple trigonometriske funktioner og deres egenskaber i et matematiskværktøjsprogram

#### **Supplerende stof**

- bearbejdning af autentisk datamateriale, herunder statistisk behandling af grupperet talmateriale

#### **Kompetencefokus:**

- foretage vinkelmålinger i horisontalt og vertikalt plan med en teodolit
- foretage nivelleringsmålinger langs en linie
- udlægge et hensigtsmæssigt trianguleringsnet i et måleområde
- planlægge og udføre et landmålingskort med detailmålinger og højdekurver

#### **Arbejdsformer**

- rejse med indsamling af måledata om vinkler, afstand og detailmålinger ved udvalgt kupperet og kystnært område i Danmark (ikke medregnet i timetal)
- behandling af måledata
- konstruktionsgeometrisk udarbejdelse af topografisk kort i målestoksforhold 1:2.000 over det udvalgte område (ikke medregnet i timetal)

#### **Forbindelse til andre fag**

- rejseaktivitet med opbygning af fælles referenceramme til arbejdet med naturgeografi

#### **Undervisningsmateriale:**

- Lorenzen et al. (2018). 'Mat B'. Systime (uddrag), Maple Gym-pakke instruktion, kompendie

## **Titel C [realiseret]**

### **ARITMETIK OG ALGEBRA** (omfang 35 timer)

Her repeteres de fire grundlæggende regnearter fra aritmetikken, men nu med forståelsen af regnearterne som operationer med særlige symmetrier og egenskaber som f.eks. kommutativitet, associativitet og transitivitet. Regnereglerne for de reelle tal afrundes med udvidelse af potensregnereglerne og ekstra fokus på specialtilfælde som kvadratsætningen. Den elementære algebras operationer indøves gennem ligninger og uligheder af 1. og 2. grad.

#### **Faglige mål**

- operere med tal og repræsentationer af tal samt kritisk vurdere resultater af sådanne operationer.
- beherske mindstekrav omfattende grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer inden for kernestoffet

#### **Kernestof**

- overslagsregning, regningsarternes hierarki, simpel symbolmanipulation, ligefrem og omvendt proportionalitet, det udvidede potensbegreb, ligningsløsning med algebraiske og grafiske metoder samt numeriske metoder med brug af matematiske værktøjsprogrammer, tilnærmet og eksakt værdi samt absolut værdi
- analytisk beskrivelse af linjer og cirkler, opstilling og løsning af plangeometriske problemer, herunder vinkel, skæring og afstand
- grafisk håndtering af simple trigonometriske funktioner og deres egenskaber i et matematisk værktøjsprogram

#### **Supplerende stof**

- matematikhistoriske perspektiver på talsystemer, aritmetiske metoder og algebraens gennembrud.

#### **Arbejdsformer**

- øvelsestimer med problemløsning og træning af operationelle kompetencer i grupper. gruppefremlæggelser og lærerfeedback til individuelle elever samt grupper.
- fælles udvikling og gennemgang af beviser for centrale resultater med udgangspunkt i læreroplæg og konkrete problemstillinger.
- udarbejdelse af selvstændig skriftlig redegørelse for trigonometriens historiske udvikling, anvendelsesområder samt centrale definitioner og sætninger. (angivet ved fordybelsestid)

#### **Forbindelse til andre fag**

- forberedende til alle naturfag samt samfundsfag.

#### **Undervisningsmateriale:**

- Lorenzen et al. (2018). 'Mat B'. Systime (uddrag), Maple Gym-pakke instruktion, kompendie

## **Titel D [realiseret]**

### **UDVIKLINGSRÆKKER; EKSPONENTIALFUNKTIONER OG LOGARITMER (omfang 34 timer)**

Her tilegnes de centrale forståelser og regneregler for eksponential-og logaritmeregning gennem populationsvækst, rente-og annuitetsregning, pH begrebet for vandige koncentrationer, Richter skala, decibel og radioaktivt henfald. Talrækker undersøges ved rekursive algoritmer med særligt fokus på fibonaccital og det gyldne snit.

#### **Faglige mål**

- oversætte mellem de fire repræsentationsformer tabel, graf, formel og sproglig beskrivelse
- anvende funktionsudtryk i modellering af data, foretage simuleringer og fremskrivninger ud fra modellerne samt diskutere rækkevidde af modeller
- anvende matematiske værktøjsprogrammer til eksperimenter og begrebsudvikling samt symbolbehandling og problemløsning

#### **Kernestof:**

- procent-og rentesregning, absolut og relativ ændring, renteformel

#### **Supplerende stof:**

- opsparings-og gældsannuitet
- anvende logaritmeregningerne til at løse ligninger med eksponentialfunktioner
- opstille eksponentialligningsmodeller ud fra vækst, forfald eller rentescenarier
- foretage beregninger for samtlige variable ved annuitets-og rentesregning
- opstille rekursive algoritmer og arbejde med dem i regneark

#### **Funktionslære:**

Ved dette emne arbejdes med funktionsbegrebet som afbildning mellem en definitions-og en værdimængde, hvor mængdernes elementer knyttes sammen ved algoritmer, formler eller grafer.

#### **Kernestof:**

- funktionsbegrebet, sammensat funktion, stykkevist defineret funktion, karakteristiske egenskaber ved følgende elementære funktioner og deres grafiske forløb: lineære, polynomier, eksponential-, potens-og logaritmefunktioner

#### **Kompetencefokus:**

- arbejde med funktioner ud fra formler, algoritmer og grafer
- forstå og anvende begrebet invers funktion
- konstruere en sammensat funktion ud fra to givne funktioner
- angive definitionsområdet for en given funktion

#### **Arbejdsformer:**

Læreroplæg, øvelsesopgaver i grupper, større regelmæssige selvstændige afleveringer, gruppearbejde med konkrete undersøgelser og opgaver. Visualisering med digitale metoder, bl.a. Desmos og WolframAlpha. Modellering af diskrete udviklinger i R.

#### **Undervisningsmateriale:**

- Lorenzen et al. (2018). 'Mat B'. Systime (uddrag), Maple Gym-pakke instruktion, R-instruktion, kompendie

## **Titel E [realiseret]**

### **GRUNDLÆGGENDE ANALYTISK GEOMETRI (omfang 30 timer)**

Her arbejdes med grafer for funktioner i det cartesiske koordinatsystem. Forståelsen af grundlæggende transformationer og forskydninger indføres gennem arbejdet med grafer for polynomier, eksponentialfunktioner og trigonometriske funktioner.

#### **Faglige mål**

- oversætte mellem de fire repræsentationsformer tabel, graf, formel og sproglig beskrivelse
- anvende matematiske værktøjsprogrammer til eksperimenter og begrebsudvikling samt symbolbehandling og problemløsning

#### **Kernestof:**

- analytisk beskrivelse af linjer og cirkler, opstilling og løsning af plangeometriske problemer, herunder vinkel, skæring og afstand.
- funktionsbegrebet, sammensat funktion, stykkevist defineret funktion, karakteristiske egenskaber ved følgende elementære funktioner og deres grafiske forløb: lineære, polynomier, eksponential-, potens- og logaritmefunktioner

#### **Kompetencefokus:**

- redegøre for sammenhængen mellem funktion og graf i et cartesisk koordinatsystem
- redegøre for betydningen af koefficienterne i linjens ligning
- opstille ligningen for en linje, givet to punkter
- konstruere parallelle og ortogonale linjer til en given linie
- bestemme skæringspunkt for to linjer
- orientere sig i keglesnittenes formler
- danne et hurtigt overblik over en grafs forløb ud fra skæringer med akserne
- forskyde en funktion langs ordinat- og abscisseaksen
- skitsere en funktions omtrentlige form ud fra dens beskrivelse.
- Redegøre for hvordan det ændrer grafens forløb, når man ændrer parametrene i eksponential og logaritmefunktioner samt trigonometriske funktioner.

#### **Arbejdsformer:**

Læreroplæg, øvelsesopgaver i grupper, større regelmæssige selvstændige afleveringer, gruppearbejde med konkrete undersøgelser og opgaver. Visualisering med digitale metoder, bl.a. Desmos og WolframAlpha.

#### **Undervisningsmateriale:**

- Lorenzen et al. (2018). 'Mat B'. Systime (uddrag), Maple Gym-pakke instruktion, kompendie

## **Titel F [realiseret]**

### **PROJEKTIV GEOMETRI (omfang 10 timer)**

Gennem projektionstegning, perspektivtegning og aksionometri indarbejdes en fortrolighed med projektioner, der danner grundlag for et videre arbejde med ikke-euklidiske geometrier samt projektiv geometri med Desargues sætning og dualitetsprincippet. Øvelser i rumlig visualisering understøtter de formelle kompetencer i den projektive geometri.

#### **Faglige mål**

- demonstrere viden om matematikanvendelse inden for udvalgte områder, herunder viden om anvendelse i behandling af en mere kompleks problemstilling

#### **Kernestof:**

- analytisk beskrivelse af linjer og cirkler, opstilling og løsning af plangeometriske problemer, herunder vinkel, skæring og afstand.

#### **Kompetencefokus:**

- redegøre for billedplanet i perspektivtegning
- konstruere simple perspektivtegninger ud fra et centralt forsvindingspunkt
- konstruere perspektiviske forkortelser ud fra 45 graders forsvindingspunkter
- konstruere slagskygger for simple objekter, givet en lyskilde
- redegøre for iso-, di- og trimetri
- kende til fundamentalsætningen i projektiv geometri
- redegøre for Desargues sætning og dualitetsprincippet ud fra egne konstruktioner

#### **Arbejdsformer:**

Praktisk selvstændig konstruktionstegning med passer og lineal af udvalgte problemstillinger og eksemplariske konstruktioner.

#### **Undervisningsmateriale**

- Lorenzen et al. (2018). 'Mat B'. Systime (uddrag), Maple Gym-pakke instruktion, kompendie

## **Titel G [realiseret]**

### **SANDSYNLIGHED OG STATISTIK (omfang 40 timer)**

Indføring i standarder for den deskriptive statistik samt grundlæggende regler for kombinatorik. Forståelsen for emnerne uddybes ved projektarbejder samt analyser af mediers brug og fremstilling af statistisk data.

#### **Faglige mål**

- anvende statistiske og sandsynlighedsteoretiske modeller til beskrivelse af data fra andre fagområder, foretage simuleringer, gennemføre hypotesetest, bestemme konfidensinterval, stille spørgsmål ud fra modellen og have blik for, hvilke svar der kan forventes, samt være i stand til at formulere konklusioner i et klart sprog
- anvende matematiske værktøjsprogrammer til eksperimenter og begrebsudvikling samt symbolbehandling og problemløsning

#### **Kernestof:**

- simple statistiske metoder til håndtering af et diskret datamateriale, grafisk præsentation af statistisk materiale, stikprøve og empiriske statistiske deskriptorer, samt anvendelse af lineær, eksponentiel, potens og polynomiel regression, herunder usikkerhedsbetragtning og residualplot.
- kombinatorik, grundlæggende sandsynlighedsregning, sandsynlighedsfelt og stokastisk variabel, binomialfordeling samt normalfordelingsapproksimation hertil, konfidensinterval og hypotesetest i binomialfordelingen
- principielle egenskaber ved matematiske modeller, matematisk modellering med anvendelse af nogle af ovennævnte funktionstyper og kombinationer heraf

#### **Supplerende stof:**

- bearbejdning af autentisk datamateriale, herunder statistisk behandling af grupperet talmateriale

#### **Kompetencefokus:**

- forholde sig kritisk til det statistiske grundlag ved mediers præsentation af resultater
- udføre kombinatorikberegninger med og uden tilbagelægning
- anvende binomialkoefficienten ved beregning af binomialfordelinger
- orientere sig i problemstillinger repræsenteret ved en normalfordeling
- beskrive indsamlet data ved middelværdi, median, typetal, kvartil og varians
- opstille en nul-hypotese for binomialfordelt data og teste den
- anvende R til eksponentiel, lineær og polynomiumsregression
- Forklare en regressionsmodels validitet ud fra residualer og residualplot.

#### **Arbejdsformer:**

Problemløsning af øvelsesopgaver i grupper, selvstændig test af egne hypoteser om forhold i kulturfagsgruppen, der kan tilgås ved binomial-, regressions og chi-kvadratbetragtninger og tests. Sortering og digital indsamling af data i R. Modellering af stokastiske problemstillinger ved programmering i R.

#### **Forbindelse til andre fag:**

- Kritisk perspektivering og analyse af mediers brug af statistik, særligt korellation vs. Kausalitet og konfidensintervaller samt hypotesetests.
- Støtte til afklaring af falsificerbare hypotesers evt. forkastelse i samtlige fag.

#### **Undervisningsmateriale:**

- Lorenzen et al. (2018). 'Mat B'. Systime (uddrag), Maple Gym-pakke instruktion, kompendie

## **Titel H [realiseret]**

### **DIFFERENTIALREGNING (omfang 50 timer)**

Ud fra arbejde med emnet vækst og hældning udledes differentialkvotienten, grænseværdibegrebet og differentiation. Der arbejdes med regler for polynomiums-, eksponential-, logaritme- og trigonometrifunktioner samt kombinationer af disse. Ud fra differentiation indøves udledning af tangenter og optimering af funktioner. Stamfunktionsbegrebet bliver indarbejdet som omvendt operation til differentiering såvel som udtryk for arealet.

#### **Faglige mål**

- anvende differentialkvotient for funktioner og fortolke forskellige repræsentationer af denne
- oversætte mellem de fire repræsentationsformer tabel, graf, formel og sproglig beskrivelse
- håndtere formler, opstille og redegøre for symbolholdige beskrivelser af variabelsammenhænge og anvende symbolholdigt sprog til at løse problemer med matematisk indhold

#### **Kernestof:**

- definition og fortolkning af differentialkvotient, herunder væksthastighed, afledet funktion for de elementære funktioner samt differentiation af sum, differens og produkt af funktioner samt differentiation af sammensat funktion
- monotoniforhold, ekstrema og optimering og sammenhængen mellem disse begreber og begrebet differentialkvotient
- principielle egenskaber ved matematiske modeller, matematisk modellering med anvendelse af nogle af ovennævnte funktionstyper og kombinationer heraf

#### **Supplerende stof:**

- simpel matematisk modellering med afledet funktion
- matematikhistoriske perspektiver på udvalgte emner

#### **Kompetencefokus:**

- definition og fortolkning af differentialkvotient, herunder væksthastighed, afledet funktion for de elementære funktioner samt differentiation af sum, differens og produkt af funktioner samt differentiation af sammensat funktion
- monotoniforhold, ekstrema og optimering og sammenhængen mellem disse begreber og begrebet differentialkvotient

#### **Arbejdsformer:**

Læreroplæg, øvelsesopgaver i grupper, større regelmæssige selvstændige afleveringer, gruppearbejde med modellering og optimering af fysiske og økonomiske fænomener, afprøvning og visualisering med digitale metoder, bl.a. Desmos og WolframAlpha.

#### **Forbindelse til andre fag:**

- Idehistorisk udvikling og uendelighedsbetragtninger ift. religion og historie.
- Matematiske modeller af fysiske, kemiske, geografiske, biologiske og økonomiske sammenhænge.

#### **Undervisningsmateriale:**

- Lorenzen et al. (2018). 'Mat B'. Systime (uddrag), Maple Gym-pakke instruktion, kompendie



## **Titel I [realiseret]**

### **TALTEORI** (omfang 10 timer)

Ud fra et indledende arbejde med kvadratrod 2 samt Cantors diagonalargument etableres en dybere forståelse for decimaltal ift. rationale tal og de reelle tal. Grundlæggende historisk tidlige erkendelser om primtal og delighed bruges som øvelse i bevisførelse.

#### **Faglige mål**

- gennemføre matematiske ræsonnementer og beviser
- operere med tal og repræsentationer af tal samt kritisk vurdere resultater af sådanne operationer

#### **Supplerende stof:**

- forløb med vægt på bevisførelse inden for udvalgte emner
- matematikhistoriske perspektiver på udvalgte emner

#### **Kompetencefokus:**

- forståelse af bevisstrategier
- evne til at orientere sig relevant ift. angivelse af de almindelige tallegemer.
- beherskelse af Euklids formel for største fælles faktor
- konvertering af repeterende decimaltal til rationale tal

#### **Arbejdsformer:**

Læreroplæg, øvelsesopgaver i grupper, større regelmæssige selvstændige afleveringer, gruppearbejde med modellering og optimering af fysiske og økonomiske fænomener, afprøvning og visualisering med digitale metoder, bl.a. Desmos og WolframAlpha.

#### **Forbindelse til andre fag:**

- Idehistorisk udvikling ift. talbegrebet og deduktive beviser, særligt med henblik på religion og historie.

#### **Undervisningsmateriale:**

- Lorenzen et al. (2018). 'Mat B'. Systime (uddrag), Maple Gym-pakke instruktion, kompendie

## **Titel J [realiseret]**

### **PROBLEMLØSNING** (omfang 10 timer)

Her gennemgås de faser, der ofte vil være relevante at tillæge særligt fokus ved problemløsning. Udgangspunktet er Polyas problemløsningsstrategier, og de indarbejdes gennem problemløsningsøvelser, hvor målet er at være klar over, i hvilken fase man er, hvad der kan støtte op om hver fase og hvordan man kan gå tilbage eller frem i faserne. Særligt åbne og udfordrende scenarier tilgås gennem en arbejdsformer med genkendelighed fra undersøgelsesbaseret læring.

#### **Faglige mål**

- kommunikere aktivt i, med og om matematik
- gennemføre matematiske ræsonnementer og beviser

#### **Arbejdsformer**

- lærerfremlæggelse med eksposition af tankegange, faser og overvejelser ved ét scenarie.
- Undersøgelsesbaseret tilgang til problemløsning i grupper.

#### **Forbindelsetil andre fag**

- forberedende til samtlige fag, hvor man skal strukturere en problemløsningsproces.

#### **Undervisningsmateriale:**

- Udleverede problemscenarier fra Georg Mohr opgaver samt Smullyans 'Damen og tigeren'
-