

# STUDIEPLAN MAT A, 2021 – 2023

Martin Lauesen

## TALTEORI – [5 timer, 0 fordybelse]

### Særligt fokus

- Deduktiv tilgang til beviser om primtal ud fra beviser om delelighed, velordningsaksiomet, eksistens af primtalsfaktoriserings samt bevis for uendeligt antal primtal. Modstrid som strategi.
- Praktisk erfaring med brug af Euklids algoritme for største fælles faktor til bl.a. forkortning af brøker.

### Faglige mål

- *operere med og redegøre for matematiske ræsonnementer og beviser samt de induktive og deduktive sider ved opbygningen af matematisk teori*
- *demonstrere viden om matematikkens udvikling i samspil med den historiske, videnskabelige og kulturelle udvikling*

### Supplerende stof:

- *begreber og metoder fra diskret matematik*
- *matematikhistorisk perspektiv*
- *inddragelse og diskussion af videnskabsteoriske spørgsmål og matematiske metoder.*

### Kompetencefokus:

- *Sproglig og symbolmæssig tryghed i anvendelsen af begreberne domæne, codomæne, surjektivitet, injektivitet, bijektivitet, sammensæt og invers funktion.*
- *Længere bevisførelse for større gruppe uden noter*

### Arbejdsformer:

- Læreroplæg med metodeintroduktion og fælles bevisgennemgange
- Gruppeøvelser med 'video'-beviser af talteoretiske udsagn
- Gruppe- og selvstændige øvelser i beherskelse af Euklids algoritme

### Forbindelse til andre fag:

- Idehistorisk udvikling af logik og bevistyper samt tal ift. religion og historie.

### Undervisningsmateriale

- Lærergennemgang og noter

## **POLYNOMIUMSDIVISION OG ASYMPOTER – [3 timer, 0 fordybelse]**

### **Særligt fokus**

- Genbesøg af divisionsalgoritmen fra grundskolen, nu med fokus på behandling af rest ift. erfaring fra Euklids algoritme.
- Erfaring med polynomiumsdivision ud ført 'i hånden', samt overvejelser omkring  $P(X)$ ,  $Q(x)$  og  $R(x)$ .
- Konstruktion af asymptoter ud fra polynomiumsdivision.

### **Faglige mål**

- *demonstrere viden om matematikanvendelse inden for udvalgte områder, herunder viden om anvendelse i behandling af en mere kompleks problemstilling*

### **Supplerende stof:**

- *begreber og metoder fra diskret matematik*
- *matematikhistorisk perspektiv*

### **Kompetencefokus:**

- Beherskelse af polynomiumsdivision i simple tilfælde
- Konstruktion af asymptoter ud fra polynomiumsdivision

### **Arbejdsformer:**

- Læreroplæg med metodeintroduktion
- Gruppearbejde og fremlæggelse

### **Undervisningsmateriale**

- Lærergennemgang og noter

## FUNKTIONS- OG MÆNGDELÆRE – [3 timer, 2 fordybelse]

### Særligt fokus:

- Der arbejdes med en uddybet tilgang til funktionsbegrebet, hvor matematiske metabegreber som definitionsmængde, værdimængde, surjektivitet, injektivitet, bijektivitet, sammensat og invers funktion eksemplificeres. For mængdelæren udvides fra kendskabet til tallegemer og intervaller gennem eksempler og udfordringer til konsekvent notation og mængdebyggerkonstruktioner.

### Faglige mål

- Operere med tal og repræsentationer af tal samt kritisk vurdere resultater af sådanne operationer
- håndtere formler, kunne opstille og redegøre for symbolholdige beskrivelser af variabelsammenhænge og kunne anvende symbolholdigt sprog til at løse problemer med matematisk indhold
- operere med og redegøre for matematiske ræsonnementer og beviser samt de induktive og deduktive sider ved opbygningen af matematisk teori
- anvende begreber og metoder fra diskret matematik inden for udvalgte områder

### Kernestof:

- funktionsbegrebet, sammensat funktion, stykkevist defineret funktion, invers funktion.

### Supplerende stof:

- inddragelse og diskussion af videnskabsteoriske spørgsmål og matematiske metoder.

### Kompetencefokus:

- Sproglig og symbolmæssig tryghed i anvendelsen af begreberne domæne/definitionsmængde, codomæne/værdimængde, surjektivitet, injektivitet, bijektivitet, sammensat og invers funktion.
- Symbolmæssigt overblik ift. mængde- og logiknotation.

### Arbejdsformer:

- Læreroplæg, øvelsesopgaver i grupper.
- Gruppearbejde og fremlæggelse ift. Simple manipulationer af mængdeoperationer.

### Forbindelse til andre fag:

- Idehistorisk udvikling af talbegrebet ift. religion og historie.

### Undervisningsmateriale

- 'MAT B til A stx'. iBog. Systime. Mere om funktioner 1, 1.1 – 1.2
- Carstensen m.fl. (2020). 'Mat B til A – opgaver'. Uddrag fra 1.01 – 1.21
- Lærernoter med øvelser og opgaver

## VEKTORER FRA $R^2$ TIL $R^3$ – [4 timer, 2 fordybelse]

### Særligt fokus:

- Ud fra kendskabet til vektorer i  $R^2$  udvides forståelse af anvendeligheden gennem beregninger med vektorer i tre dimensioner – gennem scenariebaserede eksempler af anvendelse. Herefter genbesøges vektoraddition- og subtraktion, skalarprodukt, længder, projektion, determinant, vinkler og krydsprodukt ud fra geometrisk forståelse.

### Faglige mål

- *opstille geometriske modeller og løse geometriske problemer baseret på en analytisk beskrivelse af geometriske figurer og flader i koordinatsystemer samt udnytte dette til at svare på teoretiske og praktiske spørgsmål, herunder problemløsning med anvendelse af vektorfunktioner og funktioner af to variable*

### Supplerende stof:

- *Udvidelse af vektorforståelsen til tre dimensioner.*

### Kompetencefokus:

- at kunne gå fra et konkret scenarie med data til en vektorrepræsentation
- at kunne udføre vektoroperationer med operationel sikkerhed
- at beherske en forståelse af rumgeometriske problemstillinger i forhold til relevante forhold for vektorer.

### Arbejdsformer:

- Læreroplæg, øvelsesopgaver i grupper.
- Vinkelbestemmelser i 3D på institutionens grund ud fra vedtaget koordinatsystem.

### Forbindelse til andre fag:

- kobling til banekurver i fysik

### Undervisningsmateriale

- 'MAT B til A stx'. iBog. Systime. Funktioner af to variable, 5.8
- Lærernoter med øvelser og opgaver

## VEKTORFUNKTIONER – [12 timer, 4 fordybelse]

### Særligt fokus:

- Banekurver for vektorfunktioner indføres og begrundes ved eksempler fra astronomien. Særlige forhold som tangenter og parametriseringer af keglesnit indføres gennem undersøgelser i Desmos

### Faglige mål

- *anvende matematiske værktøjsprogrammer til eksperimenter og begrebsudvikling samt symbolbehandling og problemløsning*
- *anvende funktionsudtryk og udtryk for afledede funktioner i opstilling af matematiske modeller på baggrund af datamateriale eller viden fra andre fagområder, kunne analysere givne matematiske modeller, foretage simuleringer samt fremskrivninger og forholde sig reflekterende til idealiseringer og rækkevidde af modeller*

### Kernestof:

- *vektorfunktioner, grafisk forløb af banekurver, herunder tangentbestemmelse, samt anvendelser af vektorfunktioner*
- *princielle egenskaber ved matematiske modeller, matematisk modellering, herunder anvendelse af nogle af ovennævnte funktionstyper og kombinationer heraf, samt modellering med anvendelse af afledet funktion.*

### Kompetencefokus:

- *fagligt kvalificeret håndtering af parametriserede kurver ift. elimination af parameter, hastighedsvektorer, ortogonalitet, skæringer, tangenter og tværvektorer*
- *kendskab til den parametriserede form af almene kurver samt keglesnit.*

### Arbejdsformer:

- Læreroplæg med motivering den mangfoldige anvendelighed af vektorfunktioner
- øvelsesopgaver i grupper samt selvstændige opgaver og præsentationer
- undersøgelser af alsidigheden af parameterfunktioner i Desmos.

### Forbindelse til andre fag:

- kobling til fysik og astronomi
- uddybelse af vektorbegrebet ift. anvendelse i fysik og samfundsfag

### Undervisningsmateriale

- 'MAT B til A stx'. iBog. Systime. Vektorfunktioner, 8.1 – 8.5, 8.8
- Lærernoter med øvelser og opgaver

## FUNKTIONER AF TO VARIABLE – [16 timer, 7 fordybelse]

### Særligt fokus:

- Funktioner af to variable indarbejdes gennem scenariebaserede eksempler frem mod en beherskelse af kendte betragtninger fra arbejdet med én variabel, eksempelvis ekstremumpunkter, afledet funktion og skæringer med akser, der føres over til stationære punkter for en flade, partielt afledede og skæringer med planer.

### Faglige mål

- håndtere formler, kunne opstille og redegøre for symbolholdige beskrivelser af variabellsammenhænge og kunne anvende symbolholdigt sprog til at løse problemer med matematisk indhold
- anvende funktionsudtryk og udtryk for afledede funktioner i opstilling af matematiske modeller på baggrund af datamateriale eller viden fra andre fagområder, kunne analysere givne matematiske modeller, foretage simuleringer samt fremskrivninger og forholde sig reflekterende til idealiseringer og rækkevidde af modeller
- opstille geometriske modeller og løse geometriske problemer baseret på en analytisk beskrivelse af geometriske figurer og flader i koordinatsystemer samt udnytte dette til at svare på teoretiske og praktiske spørgsmål, herunder problemløsning med anvendelse af vektorfunktioner og funktioner af to variable
- anvende matematiske værktøjsprogrammer til eksperimenter og begrebsudvikling samt symbolbehandling og problemløsning

### Kernestof:

*funktioner af to variable, partielle afledede og grafisk forløb, herunder niveaukurver*

### Kompetencefokus:

- at kunne udføre partiel differentiation – efterfulgt af løsning af flere ligninger med flere variable, så stationære punkter kan identificeres.
- at kunne skelne mellem top-, bund- og saddepunkter ud fra ABC-kriteriet.
- at kunne orientere sig rumligt i forhold til snit- og niveaukurver
- erfaring i at bestemme gradient og tangentplan

### Arbejdsformer:

- Læreroplæg, øvelsesopgaver i grupper.
- Maple-arbejde ift. visualiseringer og undersøgelse af funktioner af to variable.
- Gruppearbejde og fremlæggelse ift. større undersøgelser.
- Optimering 'i hånden' af parametre for regressionslinje for 3 punkter vha. mindste kvadraters metode

### Forbindelse til andre fag:

- Idehistorisk udvikling af talbegrebet ift. religion og historie.

### Undervisningsmateriale

- 'MAT B til A stx'. iBog. System. Funktioner af to variable, 5.1 – 5.8
- Maple Gym-pakken 6: Funktioner af to variable
- Lærernoter med øvelser og opgaver

## STAMFUNKTION OG GRUNDLÆGGENDE INTEGRATIONSTEKNIK – [22 timer, 10 fordybelse]

### Særligt fokus:

- Stamfunktionsbegrebet indføres, og med motivation som undskyldning afsløres straks og ubegrundet, at vi senere vil se, at stamfunktioner kan bruges til arealberegning. Gennem kendskab til differentiation indføres først simple regneregler for integration og først senere i forløbet integration ved substitution. Beviset for Arealfunktion som stamfunktion præsenteres til sidst i forløbet.

### Faglige mål

- anvende forskellige fortolkninger af stamfunktionsbegrebet og forskellige metoder til løsning af differentiaalligninger
- håndtere formler, kunne opstille og redegøre for symbolholdige beskrivelser af variabelsammenhænge og kunne anvende symbolholdigt sprog til at løse problemer med matematisk indhold
- operere med og redegøre for matematiske ræsonnementer og beviser samt de induktive og deduktive sider ved opbygningen af matematisk teori
- demonstrere viden om matematikkens udvikling i samspil med den historiske, videnskabelige og kulturelle udvikling

### Kernestof:

- stamfunktion for de elementære funktioner, ubestemte og bestemte integraler, sammenhængen mellem areal og stamfunktion, regneregler for integration af sum og differens af funktioner samt af en funktion gange en konstant og integration ved substitution, anvendelser af integraler

### Supplerende stof:

- vægt på deduktive metoder og bevisførelse inden for udvalgte emner, herunder infinitesimalregning
- matematikhistorisk perspektiv

### Kompetencefokus:

- sikkerhed i den rent operationelle integrationsteknik
- evne til at orientere sig i begrundelser og beviser for integration
- indsigt i infinitesimalregningens historiske udvikling og anvendelse

### Arbejdsformer:

- øvelsesopgaver i grupper samt lærer- og elevbårne teorigennemgange og bevisfremlæggelser
- individuelle øvelser og opgaver i integrationsteknik større mængder

### Forbindelse til andre fag:

- kobling til antikkens historie
- anvendelses- og mulighedsoverblik i fysik og samfundsfag

### Undervisningsmateriale

- 'MAT B til A stx'. iBog. Systime. Stamfunktion og integral, 3.1 – 3.2 (3.3 senere)
- 'MAT B til A stx'. iBog. Systime. Areal og bestemt integral, 4.1 – 4.4
- Maple Gym-pakken 2: Integralregning
- Lærernoter med øvelser og opgaver

## ANVENDELSE AF INTEGRATION – [12 timer, 4 fordybelse]

### Særligt fokus:

- Muligheder for anvendelse af stamfunktioner til mere komplicerede scenarier eksemplificeres først ved rumfanget for omdrejningslegemer ud fra en betragtning af opdeling i skiver. Herefter arbejdes med kurvelængder for for særligt beregningsmæssigt overskuelige tilfælde. Der afsluttes med indblik i dobbeltintegraler over rektangulære områder ift. rumfangsbestemmelse.

### Faglige mål

- *anvende forskellige fortolkninger af stamfunktionsbegrebet og forskellige metoder til løsning af differentiaalligninger*
- *håndtere formler, kunne opstille og redegøre for symbolholdige beskrivelser af variabelsammenhænge og kunne anvende symbolholdigt sprog til at løse problemer med matematisk indhold*
- *operere med og redegøre for matematiske ræsonnementer og beviser samt de induktive og deduktive sider ved opbygningen af matematisk teori*
- *demonstrere viden om matematikkens udvikling i samspil med den historiske, videnskabelige og kulturelle udvikling*

### Kernestof:

- *stamfunktion for de elementære funktioner, ubestemte og bestemte integraler, sammenhængen mellem areal og stamfunktion, regneregler for integration af sum og differens af funktioner samt af en funktion gange en konstant og integration ved substitution, anvendelser af integraler*

### Supplerende stof:

- *vægt på deduktive metoder og bevisførelse inden for udvalgte emner, herunder infinitesimalregning*
- *matematikhistorisk perspektiv*

### Kompetencefokus:

- anvendelse af integrationsteknikker til rumfang for omdrejningslegemer og kurvælængde
- Udvidet hjælpemiddelkompetence til beregning og illustration i Maple

### Arbejdsformer:

- øvelsesopgaver i grupper med peer-review evaluering
- gruppefremlæggelser af beregninger

### Forbindelse til andre fag:

- kobling til antikkens historie og religioner
- anvendelses- og mulighedsoverblik i fysik og samfundsfag

### Undervisningsmateriale

- 'MAT B til A stx'. iBog. Systime. Areal og bestemt integral, 4.5 – 4.6
- Lærernoter med eksempler på dobbeltintegraler
- Lærernoter med øvelser og opgaver



## DIFFERENTIALLIGNINGER – [26 timer, 10 fordybelse]

### Særligt fokus:

- Med afsæt i integration og differensligningsscenarier for vækst, samt tilhørende flowcharts, indføres og begrundes differentialligningerne. Simple differentialligningsscenarier løses først ved integration og derefter gennemgås fremgangsmåden for separation af de variable. Betydningen af begyndelsesbetingelser belyses gennem linjeelementer og løsningskurver i Maple. Særligt fokus tillægges logistisk vækst.

### Faglige mål

- *håndtere formler, kunne opstille og redegøre for symbolholdige beskrivelser af variabilsammenhænge og kunne anvende symbolholdigt sprog til at løse problemer med matematisk indhold.*
- *anvende forskellige fortolkninger af stamfunktionsbegrebet og forskellige metoder til løsning af differentialligninger*
- *anvende matematiske værktøjsprogrammer til eksperimenter og begrebsudvikling samt symbolbehandling og problemløsning*
- *demonstrere viden om matematikanvendelse inden for udvalgte områder, herunder viden om anvendelse i behandling af en mere kompleks problemstilling*
- *anvende funktionsudtryk og udtryk for afledede funktioner i opstilling af matematiske modeller på baggrund af datamateriale eller viden fra andre fagområder, kunne analysere givne matematiske modeller, foretage simuleringer samt fremskrivninger og forholde sig reflekterende til idealiseringer og rækkevidde af modeller*

### Kernestof:

- *lineære og separable differentialligninger af første orden, herunder den logistiske differentialligning, kvalitativ analyse af differentialligninger samt opstilling af simple differentialligninger*
- *princielle egenskaber ved matematiske modeller, matematisk modellering, herunder anvendelse af nogle af ovennævnte funktionstyper og kombinationer heraf, samt modellering med anvendelse af afledet funktion.*

### Kompetencefokus:

- at kunne orientere sig i, hvilken type differentialligning, man er præsenteret for og vælge passende løsningsstrategi ift. beregning 'i hånden', formel eller Maple, alt efter omstændighederne.
- beregne parametre for differentialligninger ud fra begyndelsesbetingelse, 'i hånden' og i Maple.
- Kunne gennemføre løsning ved separation af variable for simple tilfælde.
- At kunne orientere sig i at gå fra 'flowchart' mellem tilstande til differens- og differentialligning

### Arbejdsformer:

- Lærerpræsentationer, demonstrationer og motiverende eksempler
- Gruppearbejde med Maple som hjælpemiddel, samt fremlæggelser
- Individuelle og gruppeøvelser i differentialligningsløsning 'i hånden'
- Større gruppearbejde med vækstscenarier

### Undervisningsmateriale

- 'MAT B til A stx'. iBog. Systime. Differentialligninger, 7.1 – 7.9
- Maple Gym-pakken 4: Differentialligninger